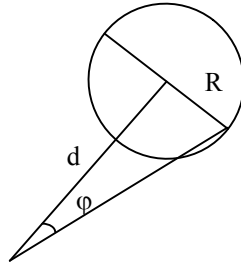


Розміри об'єктів та відстані до них

120. Використовуючи фотографію частини Сонця, оцініть лінійні розміри протуберанця (максимальну висоту над поверхнею Сонця). (2011 р. III е. 10 к.)

Розв'язок.

Знаходимо в довіднику, що видимий кутовий діаметр Сонця $32'$, тобто радіус $16'$. Відстань від Землі до Сонця $1,5 \cdot 10^8$ км.



Отже радіус Сонця $R = d \cdot \operatorname{tg} \varphi = d \cdot \varphi$ (для малих кутів).

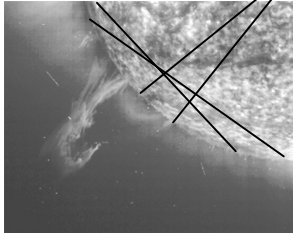
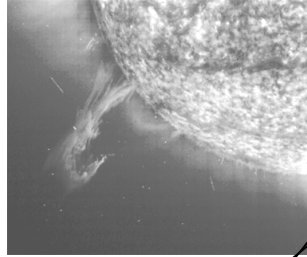
$$16' = \frac{16}{60} \cdot \frac{\pi}{180} \approx 0,0023 \text{ рад. Тоді } R = 6,97 \cdot 10^5$$

км. На фотографії частини Сонця і протуберанця будемо дві хорди і серединні перпендикуляри до них.

Перетин цих перпендикулярів покаже центр Сонця. Вимірюємо радіус Сонця на фотографії r і розміри протуберанця a . Тоді

$$\frac{R}{r} = \frac{A}{a}. \text{ Звідки знаходимо дійсні}$$

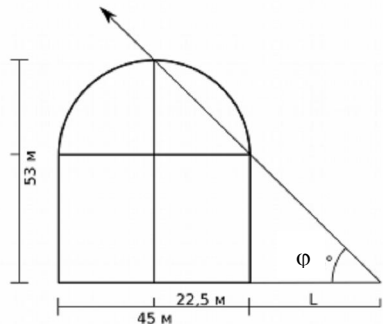
розміри протуберанця A . $A \approx 4,64 \cdot 10^5$ км.



121. Башня телескопа БТА (Північний Кавказ) має діаметр основи $D=45$ м і висоту $H=53$ м. БТА розміщений в астрофізичній обсерваторії, яка має координати $43^{\circ} 30'$ пн.ш, $41^{\circ} 26'$ сх.д. На якій приблизно відстані від підніжжя башти встановив фотограф свій фотоапарат, щоб зробити цей знімок? (2020 р. III е. 10 к.)



Розв'язок. Бачимо, що напрям на центр, навколо якого рухаються зорі, тобто північний полюс світу, приблизно співпадає з напрямом на вершину башти. Висота полюса світу дорівнює широті



місяця спостереження, тому $\varphi=43^{\circ} 30' = 43,5^{\circ}$. Тоді відстань до башти

$$L = \frac{H}{\operatorname{tg}(\varphi)} - \frac{D}{2} = \frac{53}{0,95} - 22,5 \approx 33,3 \text{ м.}$$

122. На фотографії відображено ділянку зоряного неба, зйомка якого тривала деякий час. Визначити тривалість фотозйомки. *Обладнання:* транспортир, лінійка.

Примітка: Необхідні побудови та вимірювання зробити безпосередньо на фотографії, а в зошиті описати хід цих процесів та результати. (2018 р. III е. 10 к.)



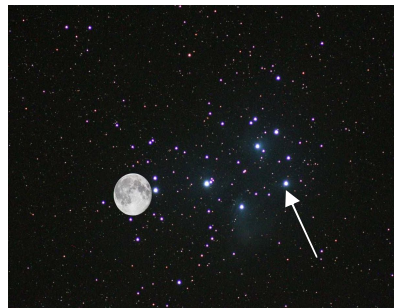
Розв'язок. За добу Земля повертається на 360° . Центр всіх дуг зір знаходиться у

Північному полюсі світу (поблизу Полярної зірки), яка протягом доби практично не змінює свого положення відносно горизонту. Для знаходження центра використаємо властивість кола – перпендикуляри до середини хорд перетинаються у його центрі. Візьмемо дві дуги, які описують дві зірки за час експозиції, з'єднаємо їх кінці і знайдемо середини даних хорд. За допомогою транспортира проведемо серединні перпендикуляри. Точка їх перетину є полюсом світу. З полюса світу проводимо дві прямі до кінців будь-якої дуги. Транспортиром вимірюємо кутову довжину дуги φ .

Час експозиції знаходимо із співвідношення $\frac{24 \cdot 60 \text{ хв}}{360^{\circ}} = \frac{t}{\varphi}$.

$$t = \frac{\varphi \cdot 24 \cdot 60 \text{ хв}}{360^{\circ}}.$$

123. 1 грудня 2009 року відбулось покриття Місяцем розсіяного зоряного скупчення Плеяди. На фотографії Місяць знаходиться біля однієї з яскравих зір даного скупчення (початок покриття). Оцінити тривалість покриття, тобто час, коли знову стане видно



яскраву зорю скупчення, позначену стрілкою. (2013 р. III е. 10 к.)

Розв'язок. Від моменту, коли диск Місяця почне заходити на Плеяди, до моменту, коли Місяць повністю пройде скупчення, Місяць повинен пройти свій діаметр ($\varphi=0,5^{\circ}$), а також діаметр скупчення α . Кутівий діаметр скупчення α можна знайти вимірявши лінійкою діаметр Місяця d , відстань між двома зорями скупчення a . Тоді $\frac{\alpha}{\varphi} = \frac{a}{d}$.

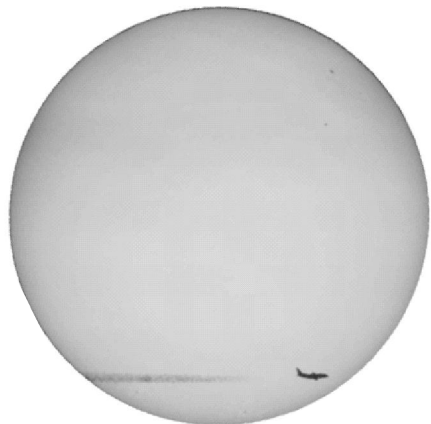
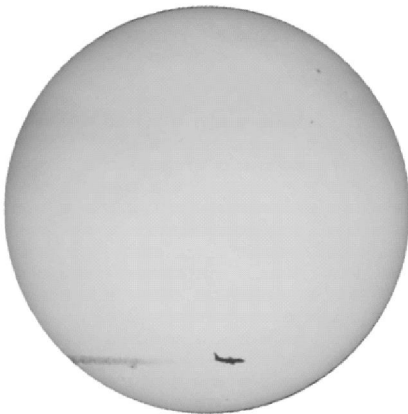
Таким чином, за час покриття Місяць повинен пройти приблизно $\alpha+\varphi$ по небесній сфері. Кутову швидкість руху Місяця по небесній сфері можна оцінити, знаючи, що повний оберт навколо Землі (360°) він здійснює приблизно за один місяць (точніше, за 27,3 діб), тобто $\approx 13,1^{\circ}$ за добу. Отже, покриття буде продовжуватися $\frac{\alpha + \varphi}{13,1} = \dots$ доби

Лінійна швидкість Місяця під час руху по орбіті
$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot 384401000}{27,3 \cdot 24 \cdot 3600} = 1023 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Вимірявши лінійкою діаметр Місяця d , відстань між двома зорями скупчення a і знаючи дійсний діаметр Місяця $D=3476000$ м, можемо знайти відстань, яку повинен пройти Місяць по орбіті під час покриття $S=D+\frac{D}{d}a$.

Тоді час покриття $t = \frac{S}{v}$.

124. Вам дані два послідовні знімки літака на фоні диска Сонця. Між моментами зйомки пройшло 0,3 секунди. Визначте швидкість літака і відстань від фотографа до літака, якщо відомо, що довжина літака становить 35 м. Відстань від Землі до Сонця $150 \cdot 10^9$ м, діаметр Сонця $1,4 \cdot 10^9$ м. (2014 р. III е. 10 к.)



Розв'язок. Визначаємо довжину літака на фотографії. $l=6$ мм. Оскільки реальна довжина літака $L = 36$ м, то 1 мм на знімку відповідає 6 м. Визначаємо за двома знімками відстань, яку проходить літак (15 мм на фотографії) $S=80$ м. Оскільки між знімками пройшов час $t=0,3$ с, то
$$v = \frac{S}{t} = 266 \text{ м/с.}$$
 Об'єкт, з яким ми можемо порівняти літак – це Сонце.

Діаметр Сонця на фотографії 84 мм. Це означає, що на знімку діаметр Сонця в 14 разів більший за довжину проекції літака. Для того, щоб на фотографії довжина проекції літака дорівнювала діаметру Сонця потрібно щоб або довжина літака була в 14 разів більша при тій же відстані до нього або відстань до літака була в 14 разів менша при тій же довжині літака. Збільшимо уявно довжину літака в 14 разів. На першому малюнку показано реальні зображення. $A'B'$ – літак, $C'D'$ – його зображення на фоні Сонця (те що ми бачимо на фотографії у задачі). На другому малюнку AB – уявні розміри літака, CD – його зображення на фоні Сонця. Трикутники OCD і OAB подібні, тому
$$\frac{CD}{AB} = \frac{ON}{OM},$$
 де CD – діаметр Сонця, $AB=14L$ – уявна довжина літака, ON – відстань до Сонця, OM – відстань до літака. Звідси

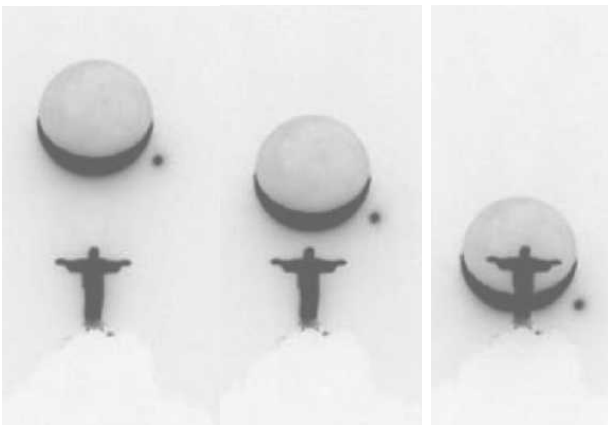
$$OM = \frac{AB \cdot ON}{CD} = \frac{14 \cdot 35 \cdot 150 \cdot 10^9}{1,4 \cdot 10^9} = 52500 \text{ м} = 52,5 \text{ км.}$$

125. Вам дана серія негативних знімків статуї Христа-Спасителя на фоні Місяця, зроблених у горах Корковаду (Ріо-де-Жанейро, Бразилія). Оцініть відстань до статуї Христа-Спасителя і проміжок часу між першим та останнім знімком.

Розмах рук статуї $R_c=28$ м. (2020 р. III е. 10 к.)

Розв'язок.

Очевидно, що фотограф розташовується далеко від статуї, а також від Місяця (в порівнянні з їх основними розмірами). Тоді можна вважати, що



видимі розміри як Місяця, так і статуї прямо пропорційні їх істинним розмірам і обернено пропорційні відстані до них.

Позначимо r_c – видима довжина розмаху рук статуї, $R_c = 28$ м – її справжня довжина, l_c – шукана відстань до статуї, d_M – видимий діаметр Місяця, D_M – справжній діаметр Місяця і l_M – відстань від фотографа до Місяця. $\frac{d_M}{r_c} = \frac{D_M}{R_c} \cdot \frac{l_c}{l_M}$. Звідси $l_c = \frac{d_M \cdot l_M \cdot R_c}{r_c \cdot D_M}$

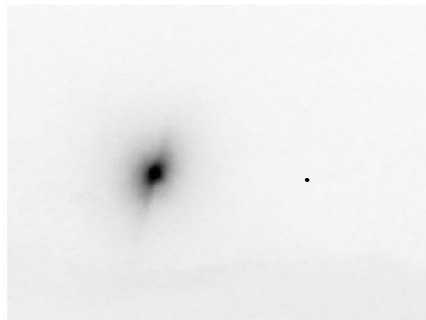
Відстань від фотографа до Місяця можна вважати рівною відстані від Землі до Місяця.

Зробимо спрощення. $\frac{l_M}{D_M} = \frac{60R_3}{2R_M} = \frac{60R_3}{0,5 \cdot \frac{1}{4} R_3} = 120$. Виміри на малюнку

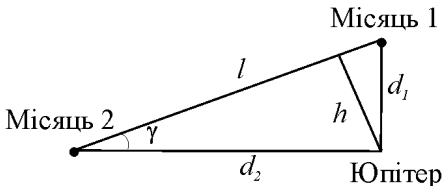
дають, що $\frac{d_M}{r_c} \approx 1,4$. Тоді $l_c = 1,4 \cdot 120 \cdot 28 \text{ м} = 4704 \text{ м} \approx 4,7 \text{ км}$.

Видно, що Місяць сідає практично вертикально, що приблизно і повинно бути в тропічних широтах (Ріо-де-Жанейро лежить майже точно на південному тропіку). Виміряємо відстань, яку між першим і останнім знімками, пройшов Місяць. Вона виявляється практично рівною видимому діаметру диска Місяця. Кутовий діаметр диска Місяця в небі Землі складає приблизно $30'$. Оцінюємо швидкість (кут) руху Місяця по небу. Основний рух Місяця - це рух разом з усім небом внаслідок обертання Землі навколо своєї осі (Місяць ще й рухається навколо Землі по орбіті, але за цей малий проміжок часу між знітками цим рухом ми можемо знехтувати). Земля робить повний оберт в 360^0 за 24 години. Тоді за 1 годину Земля повернеться на 15^0 , а за 1 хвилину - на $15'$. Отже, шуканий час приблизно 2 хв.

126. Перед Вами дві фотографії Місяця і Юпітера (негатив), зроблені в одному масштабі з одного і того ж пункту з інтервалом в одну добу. На першому фото Юпітер розміщений прямо під Місяцем, на другому - справа від нього. Визначте, якою була мінімальна кутова відстань між Місяцем і Юпітером за цю добу. Сидеричний місяць становить 27,3 доби (2015 р. III е. 10 к.)



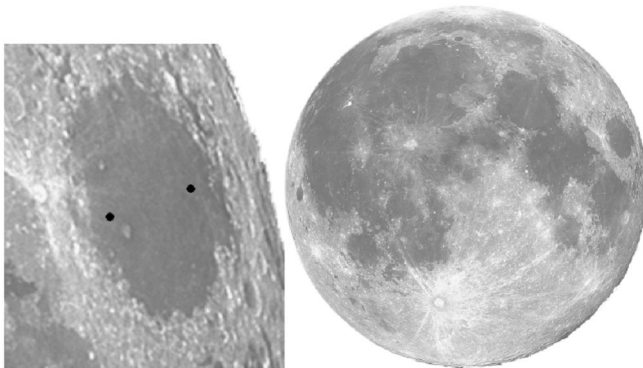
Розв'язок. Планета Юпітер – досить далека і її положення серед зір за добу майже не змінюється. Зміна взаємного розміщення Місяця і Юпітера визначається тільки рухом Місяця. Зобразимо на одному малюнку обидва положення Місяця і положення Юпітера з дотриманням масштабу. Для цього вимірюємо відстань від Місяця до Юпітера на обох фотографіях. З прямокутного трикутника $\gamma = \arctg \frac{d_1}{d_2} \cdot \gamma \approx 21^\circ$.



Місяць робить повний оберт навколо Землі відносно зір за 27,3 доби. Кутове переміщення Місяця за добу становить $l = \frac{360^\circ}{27,3} \approx 13,2^\circ$.

Мінімальна кутова відстань між Юпітером і Місяцем відповідає перпендикуляру h . $h = d_2 \cdot \sin \gamma = l \cdot \cos \gamma \cdot \sin \gamma \approx 4,3^\circ$

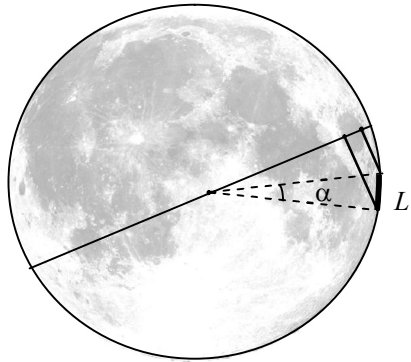
127. Автоматичний апарат, що знаходиться на поверхні Місяця в Морі Криз, перемістився по найкоротшому маршруту між точками, що позначені чорними кружечками на фотографії зліва. Знайдіть відстань, яку пройшов апарат. Повний знімок видимої півкулі Місяця, теж зроблений з поверхні Землі наведено справа. Радіус Місяця 1738 км. (2016 р. III е. 11 к.)



Розв'язок. Для того, щоб зрозуміти, які розміри знімку зліва, потрібно співставити масштаби обох фотографій. Порівняємо приблизно розміри моря Криз на обох знімках. Отримаємо, що відстані на знімках співвідносяться приблизно як 1:6. Виміривши радіус Місяця на правому знімку (45 мм), можна отримати його масштаб: в 1 мм 38,6 км. Тоді видима довжина шляху апарата (22 мм) на лівому знімку буде дорівнювати приблизно $\frac{22}{6} \cdot 38,6 = 142$ км.

Тепер відмітимо, що шлях апарата для земного спостерігача знаходиться на краю видимого диска Місяця. Місяць – куля і ми бачимо проекцію цієї кулі на небо, тому відстані, які виміряні на краю зображення, дещо спотворені. В цьому можна пересвідчитись по зображенню кратерів (в реальності в основному круглі), які біля країв набувають вид еліпсів. Тому реальний шлях апарата по Місяцю довший, ніж його проекція.

Якщо перенести зображення шляху апарата на правий знімок, то можна замітити, що лінія, яка з'єднує точки проходить майже точно через центр Місяця, отже ці точки знаходяться на діаметральному перерізі. Тому знайдемо реальну довжину шляху наступним чином: Оскільки діаметральний переріз, перпендикулярний зору ми не бачимо, то будемо розглядати переріз, повернутий на 90^0 . Малюємо коло з радіусом, що дорівнює радіусу Місяця на правому знімку. Проводимо перпендикуляри до діаметра з кінців відрізка до перетину з колом. Дуга на колі L і буде істинним шляхом апарата по Місяцю.



Щоб її знайти, можна виміряти

транспортиром кут α і обчислити довжину дуги за формулою $L = \frac{\alpha}{360^0} \cdot 2\pi R$.

Причому, якщо підставити реальний радіус Місяця в кілометрах, то L теж вийде в кілометрах. А можна, вважаючи, що довжина дуги мало відрізняється від відрізка прямої виміряти її лінійкою в міліметрах і помножити на 38,6 км. Ця відстань приблизно буде $9 \cdot 38,6 \approx 347$ км.

128. На фотографії, зробленій з борту космічної станції, що пролітала поблизу зворотної сторони Місяця видно Місяць і Землю.

а) Використовуючи лінійку, визначте відношення видимих радіусів Місяця і Землі.

б) Визначте, на якій відстані від Місяця знаходилася станція. (2017 р. III е. 10 к.)

Розв'язок. З малюнка можна визначити видимий радіус Землі і Місяця. Для визначення радіуса Місяця потрібно зробити певні побудови: провести дві хорди, до них серединні перпендикуляри. Перетин цих перпендикулярів і буде центр Місяця на малюнку. Отже вимірявши видимі радіуси знайдемо їх відношення.



$$K = \frac{r_{\text{вид.Міс}}}{r_{\text{вид.Зем}}} \approx 11,5. \text{ Це означає, що якби}$$

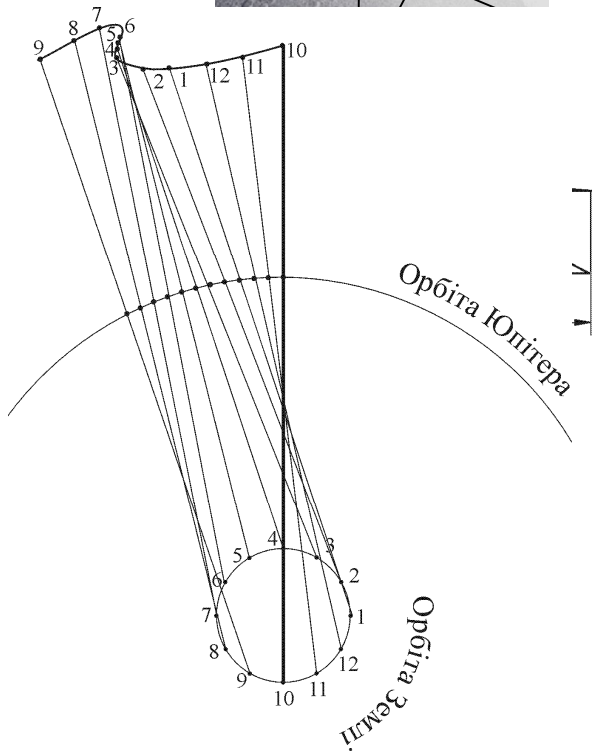
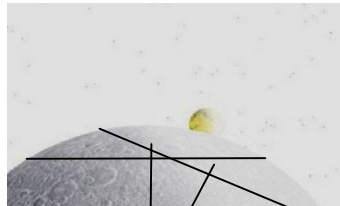
Земля знаходилася в $K=11,5$ разів ближче до спостерігача, то кутові видимі радіуси Землі і Місяця були б однаковими. Тоді можна

$$\text{записати } \frac{R_M}{d} = \frac{R_3}{\left(\frac{L+d}{K}\right)},$$

де d – відстань від спостерігача до центра Місяця, L – відстань між центрами Місяця і Землі, R_M , R_3 – радіуси Місяця та Землі. Після перетворень

$$d = \frac{R_M L}{K R_3 - R_M}.$$

Підставивши значення, отримаємо $d \approx 9300$ км.



Сонце і планети

129. Відомо, що в цьому році Юпітер

прийде в сполучення з Сонцем в кінці жовтня. В які місяці з жовтня 2017 по вересень 2018 року Юпітер буде здійснювати прямий рух, а в які зворотній (тобто переміщатися в сторону, протилежну руху Сонця серед зірок)? Завдання виконайте графічно, зобразивши видимий петлеподібний рух Юпітера на міліметровому папері. (Період обертання Юпітера навколо Сонця вважати 12 років, орбіти планет вважати коловими). (2017 р. III е. 11 к.)

Розв'язок. Юпітер робить повний оберт відносно зірок за 12 років, отже, за рік він проходить приблизно $1/12$ частину орбіти. На малюнку зображені орбіти Землі і Юпітера навколо Сонця в масштабі. З третього закону Кеплера

$$\frac{T_3^2}{T_{Ю}^2} = \frac{a_3^3}{a_{Ю}^3}. \quad a_{Ю} \approx 5 \text{ а.о.}$$

Цифрами позначені місяці 2017 року (від 10 до 12) і 2018

року (від 1 до 11). На орбітах Землі і Юпітера точками відзначені положення планет на кінець кожного місяця. Суцільна товста лінія зображує напрямок на Юпітер з Землі на кінець жовтня під час сполучення Юпітера з Сонцем. Волосяні лінії з'єднують положення Землі і Юпітера на їх орбітах в інші місяці. Продовження цих ліній відзначають проєкції положення Юпітера на земному небі у відповідні місяці (відзначені цифрами). Видно, що з листопада до кінця березня і у квітні Юпітер рухається по земному небі в прямому напрямку, а з квітня по червень в зворотному. В червні Юпітер повертається і знову рухається в прямому напрямку.

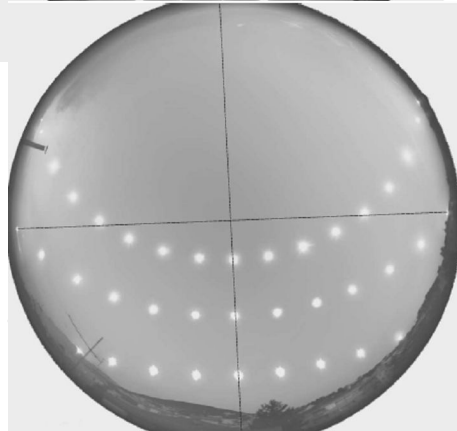
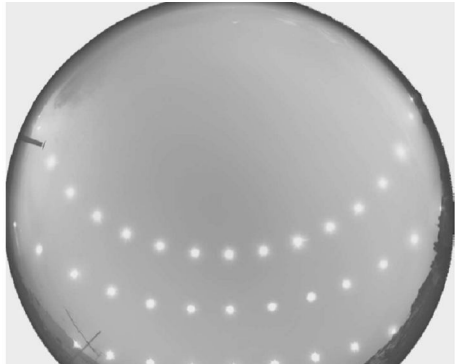
130. Вам дано три серії знімків Сонця, зроблених широкоформатною камерою, що знаходиться в одному і тому ж положенні і спрямована в zenit. Дві серії зроблені в дні сонцестоянь, одна в день рівнодення. У всіх трьох випадках час, що проходив між двома послідовними знімками, однаковий.

а) Скільки часу було Сонце над горизонтом в день зимового сонцестояння?

б) Зобразіть на малюнку положення zenitu. Обгрунтуйте процес побудови.

в) Визначте географічну широту місця зйомки. (2017 р. III е. 11 к.)

Розв'язок. Очевидно, що середня серія знімків зображує



траєкторію сонця в день рівнодення, а дві інші – в дні сонцестоянь. У день рівнодення Сонце проводить над горизонтом рівно 12 годин, тому можна визначити проміжок часу між двома послідовними знімками для всіх серій – 1 годину. Використовуючи цю інформацію, на кожній серії знімків легко знайти той, який відповідає верхній кульмінації Сонця і визначити, що в день зимового сонцестояння Сонце було над горизонтом 8 годин. Положення зеніту можна визначити так:

- провести пряму через всі три зображення Сонця в кульмінації, тим самим зобразивши

- проекцію небесного меридіана на площину знімка;

- провести пряму через зображення Сонця під час сходу і заходу в день рівнодення, отримавши положення лінії схід-захід;

- точка перетину цих прямих і буде проекцією зеніту на площину знімка.

Відомо, що висота світила у верхній кульмінації виражається через його схилення і широту місця спостереження $h_{в.к.} = 90^0 - \varphi + \delta$.

Різниця схилень Сонця в рівнодення і сонцестояння становить $23^0,5$ по модулю. Отже, вимірявши на знімку відстані між зображеннями Сонця в кульмінації в рівнодення і сонцестояння, ми отримаємо масштаб зображення. Він становить приблизно $14^0/см$.

Можна помітити, що на місцевості, зображеній на знімку, положення горизонту, від якого потрібно відраховувати висоту Сонця в кульмінації, внаслідок рельєфу визначається дуже наближено, тому надійніше відраховувати відстані від зеніту. Оскільки очевидно, що зенітна відстань (відстань від зеніту до світила уздовж меридіану) $z_{в.к.} = 90^0 - h_{в.к.}$, то $\varphi = z_{в.к.} + \delta$.

Провівши вимірювання, отримаємо, що $\varphi \approx 39^0$.

131. Вам дано зображення, яке являє собою накладання знімків Сонця, зроблених протягом року в один і той же час в деякій місцевості північної півкулі. Таку фігуру називають аналемою.

а) Поясніть, чому дана фігура має саме таку форму.

б) Визначте приблизну широту зйомки і приблизний час зйомки (2018 р. III е. 11 к.)

Розв'язок. а) Форма аналеми визначається поєднанням нахилу осі обертання Землі до площини орбіти і ексцентриситету орбіти. Якби Земля оберталася навколо Сонця по коловій орбіті і вісь обертання була б перпендикулярна до площини її орбіти, то в будь-який день добова паралель Сонця співпадала б з небесним екватором



і протягом року Сонце також рухалося б по екватору (який би співпадав з екліптикою), причому рівномірно. Таким чином в певний час доби Сонце завжди знаходилося б в одній і тій же точці неба і аналема «стягнулася» б в цю точку. Якби орбіта Землі була б еліптичною, але вісь обертання Землі була б до неї перпендикулярною, аналема була б еліпсом. Якби нахил осі Землі до площини її орбіти був би таким же, як зараз, але орбіта Землі була б круговою, аналема виглядала б як симетрична вісімка, кутова довжина якої дорівнювала б подвоєному куту нахилу екліптики до екватора ($2\varepsilon = 47^{\circ}$). В такому випадку точки в вершинах вісімки визначали б положення Сонця в дні сонцестоянь, а точка перетину частин вісімки – в дні рівнодення.

Оскільки орбіта Землі має ненульовий ексцентриситет і нахилена до екватора Землі під кутом $\varepsilon = 23^{\circ},5$, то аналема має форму, яку видно на зображенні. Точки, в яких Сонце буває в дні рівнодення, розташовуються не в точці перетину вісімки, а посередині між положеннями в дні сонцестоянь.

б) Визначимо час, коли була зроблена фотографія. Якби аналема знімалася в моменти сонячного полудня, її вісь збігалася б з південною частиною меридіана. Оскільки аналема нахилена вліво від меридіана, то зйомки відбувалися раніше полудня. Для оцінки цього часу можна вважати, що вісь аналеми повертається від положення, зображеного на малюнку, до вертикалі рівномірно і, отже, ми можемо знаючи кут відхилення, знайти час t ,

за який цей кут буде пройдено. Нехай кут α . Тоді $\frac{360^{\circ}}{\alpha} = \frac{24 \text{ год}}{t}$. Щоб

знайти кут можна побудувати прямокутний трикутник, гіпотенузу якого буде дана вісь аналеми. Вимірювання показують, що $\alpha \approx 42^{\circ}$, отже $t = 2,8$ години. Таким чином, знімки робилися після 9 години за місцевим сонячним часом.

Оскільки спостереження Сонця проводилися, не в полудень, зробити оцінку, широти місця спостереження можна наближено.

Нижня точка аналеми відповідає зимовому сонцестоянню. В цей час Сонце досить невисоко піднімається над горизонтом і, що суттєво, кут між добою паралеллю Сонця і горизонтом також мінімальний. Як наслідок, висоти Сонця над горизонтом о 9 годині і о 12 годині розрізняються не дуже сильно. Використовуючи в якості масштабу повну довжину аналеми (47°) і вважаючи, що положення горизонту приблизно збігається з нижньою частиною цоколя руїн на знімку, отримуємо, що висота Сонця над горизонтом о 9 годині в день зимового сонцестояння приблизно дорівнює $23^{\circ},5$. Припускаючи, що вона близька до полуденної висоти Сонця в той же день, і з огляду на те, що полуденна висота (висота Сонця у верхній кульмінації) $h = 90^{\circ} - \varphi + \delta$, де $\delta = -23^{\circ},5$ отримуємо, що широта місця спостереження $\varphi = 43^{\circ}$.

132. 27 липня 2018 року відбулося повне затемнення Місяця і велике протистояння Марса. На цьому небесному пейзажі у м. Рівне ($\approx 50^0$ пн.ш., $1^h 44^m$ сх. д.) почервонілий місячний диск зображений під час повної фази поряд з Марсом, кутовий діаметр якого в цей день становив $24,3''$.

а) В якому сузір'ї перебуває Місяць? Ототожнити на світлині зорю, позначену стрілкою. О котрій годині і на якій приблизно висоті відбулася в цей день її верхня кульмінація?

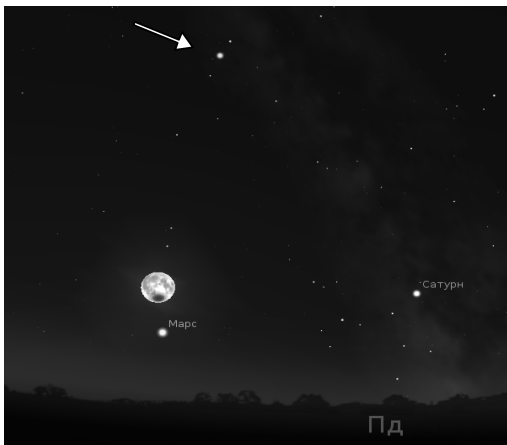
б) Яка зоря в цей момент кульмінує поблизу зеніту? Визначити відстань між цією зорею і зорею, позначеною стрілкою, якщо їхні річні паралакси відповідно $0,0198''$ і $0,196''$.

в) Пояснити, що таке велике протистояння і визначити відстань до Марса в цей момент. (2019 р. III е. 11 к.)

Розв'язок. а) Затемнення Місяця настає тоді, коли він знаходиться у фазі повного Місяця. Сонце в цей момент перебуває у діаметрально протилежному зодіакальному сузір'ї. Користуючись картою зоряного неба, знаходимо, що Сонце 27 липня перебуває в сузір'ї Рака, а Місяць в протилежному – сузір'ї Козерога. За картою зоряного неба ідентифікуємо зорю, вказану стрілкою. Це α Орла. За картою визначаємо, що верхня кульмінація цієї зорі відбулася 27 липня \approx в 23 год 30 хв місцевого часу. А це означає, що поясний час $T_{\text{п}} = T_{\text{м}} - \lambda + n = 23^h 30^m - 1^h 44^m + 2 = 23$ год 46 хв. Оскільки це літо, то потрібно врахувати поправку на літній час. Отже верхня кульмінація α Орла відбулася о 0 год 46 хв 28 липня.

Висота світила у верхній кульмінації $h = 90^0 - \varphi + \delta$. Схилення визначаємо наближено за картою зоряного неба: $\delta \approx 10^0$. Тоді $h = 90^0 - 50^0 + 10^0 = 50^0$.

б) Поблизу зеніту кульмінує зоря δ Лебедя. За картою зоряного неба знаходимо, що її схилення приблизно 45^0 . Оскільки прями сходження цих зір однакові, то кут між напрямками на зорі – це різниця схилень. $\alpha \approx 35^0$. Знаючи паралакси в секундах за формулою $r = \frac{1}{p''}$ знаходимо відстані до зір в парсеках. $r_1 \approx 50,5$ пк, $r_2 \approx 5,1$ пк. Тоді відстань між зорями за теоремою



косинусів $r^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \alpha$. Підставивши значення, отримаємо $r \approx 46,4$ пк.

в) Орбіти планет не колові, а злегка витягнуті, еліптичні. Особливо це стосується Марса. Земля зустрічається з ним на різних ділянках орбіти. Іноді ближче, іноді далі одне від одного. Велике протистояння настає тоді коли планети підходять найближче одна до одної.

Відстань до планети $d = \frac{R}{\sin p}$ або $d = \frac{R}{p}$, де R – радіус планети, p – кутовий радіус в радіанах. Кутовий діаметр Марса в день протистояння $24,3''$ отже кутовий радіус $12,15''$.

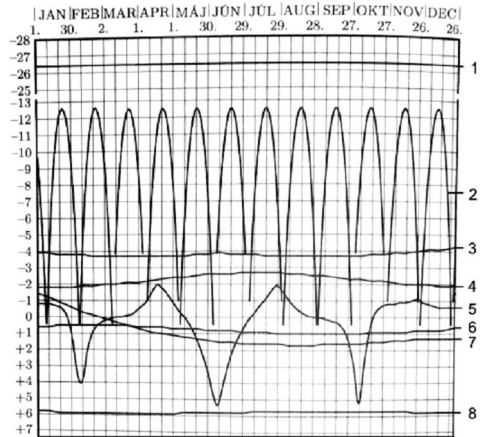
Переводимо в радіани $1'' = \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60}$ рад. $12,15'' \approx 5,89 \cdot 10^{-5}$ рад. Радіус Марса беремо з довідки. Тоді $d \approx 57,55 \cdot 10^6$ км.

Зоряні величини

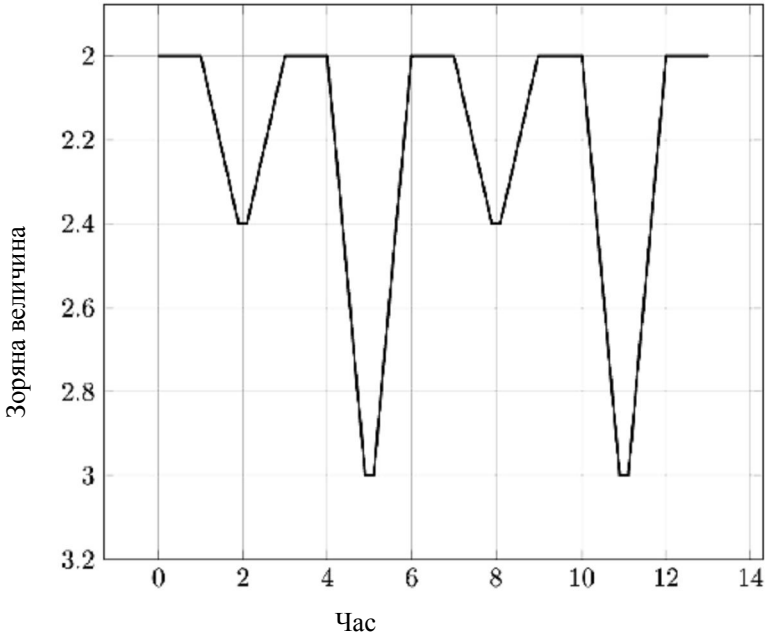
133. На діаграмі показано зміну видимої зоряної величини протягом року (з Землі) восьми об'єктів Сонячної системи. Вказати назви всіх восьми об'єктів. (2019 р. III е. 11 к.)

Розв'язок. Найлегше на діаграмі відзначити криву блиску Сонця (1). У нього найменша зоряна величина, яка не змінюється протягом року ($\approx -26,5^m$). Другий за яскравістю об'єкт Сонячної системи – Місяць (2). Бачимо що коливання яскравості становлять ≈ 30 діб (1 клітинка ≈ 10 діб), що відповідає синодичному Місяцю.

Також легко розпізнається крива блиску Меркурія (5), що має коливання з періодом близько 120 діб – синодичним періодом цієї планети. Далі, навіть не знаючи характерного блиску планет, можна знайти криву, що відповідає Марсу (7) – планеті з довгим синодичним періодом. На діаграмі вмістилася лише його половина від протистояння до сполучення. Знаючи, що найяскравіша планета Венера, її крива блиску під номером 3. Яскравому Юпітеру, синодичний період якого приблизно рік, відповідає крива 4. Тоді на криву 6 претендує Сатурн. Нарешті, лінія (8) відповідає Урану, зоряна величина якого біля 6^m , і який ще можна бачити неозброєним оком, а не Нептуну, якого неозброєним оком на небі не видно.



134. На малюнку зображено схематичну криву блиску затемнювано-змінної зорі. Визначити зоряні величини обох компонент цієї подвійної системи. (2020 р. III е. 11 к.)



Розв'язок. З графіка видно, що сумарний блиск обох компонент (поза затемненнями) становить $m_{\text{заг}} = 2^m$. На кривій є два мінімуми: в одному блиск становить 3^m , в іншому $2,4^m$.

Оскільки мінімуми тривають деякий час, то це означає, що одна з зір повністю заходить за іншу і в цей момент блиск не змінюється. Можливі два варанти:

1. Блиск однієї зорі $2,4^m$, вона більша за розміром і повністю закриває іншу зорю (на графіку – верхній мінімум). В іншому мінімумі (див. малюнок) менша і слабша за яскравістю зоря частково закриває більшу зорю і тоді видно меншу зорю повністю, а більшу частково. Їх спільний блиск в цьому мінімумі 3^m . Знайдемо блиск меншої зорі.



Згідно формули Погсона $\frac{E_{заг}}{E_1} = \frac{E_2 + E_1}{E_1} = 2,512^{m_1 - m_{заг}}$, де $E_{заг}$ –

освітленість обох зір поза затемненнями,

$$\frac{E_2}{E_1} + 1 = 2,512^{m_1 - m_{заг}};$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 2,512^{2,4 - 2} - 1. \quad \frac{E_2}{E_1} = 0,445. \quad \text{Знову}$$

використаємо формулу Погсона

$$\frac{E_2}{E_1} = 2,512^{m_1 - m_2};$$

$$\lg \frac{E_2}{E_1} = (m_1 - m_2) \cdot \lg 2,512.$$

$$\lg 0,445 = (2,4 - m_2) \cdot 0,4; \quad 2,4 - m_2 = -0,88. \quad m_2 = 3,28.$$

2. Близь однієї зорі 3^m , вона більша за розміром і повністю закриває іншу зорю (на графіку – нижній мінімум). В іншому мінімумі (див. малюнок) менша і сильніша за яскравістю зоря частково закриває більшу зорю і тоді видно меншу зорю повністю, а більшу частково. Їх спільний блиск в цьому мінімумі $2,4^m$. Знайдемо блиск меншої зорі. Аналогічно згідно формули

Погсона $\frac{E_{заг}}{E_1} = \frac{E_2 + E_1}{E_1} = 2,512^{m_1 - m_{заг}};$ $\frac{E_2}{E_1} + 1 = 2,512^{m_1 - m_{заг}};$

$$\frac{E_2}{E_1} = 2,512^{3 - 2} - 1. \quad \frac{E_2}{E_1} = 1,512. \quad \text{Знову використаємо формулу Погсона}$$

$$\frac{E_2}{E_1} = 2,512^{m_1 - m_2}; \quad \lg \frac{E_2}{E_1} = (m_1 - m_2) \cdot \lg 2,512. \quad \lg 1,512 = (3 - m_2) \cdot 0,4;$$

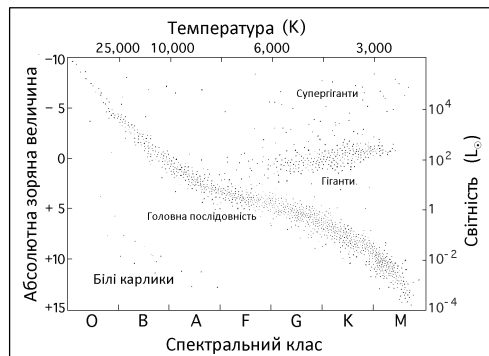
$$3 - m_2 = 0,45. \quad m_2 = 2,25.$$



135. Видима зоряна величина зорі дорівнює $7^m,5$. За спостереженнями отримано значення її паралакса $0,001''$. Спектральний клас зорі K8.

Користуючись формулами та наведеними діаграмами, оцініть можливі фізичні характеристики зорі:

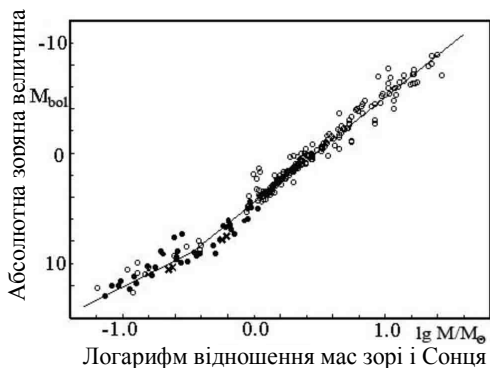
а) відстань до зорі у парсеках;



- б) абсолютну зоряну величину;
- в) температуру;
- г) світність відносно Сонця;
- д) радіус відносно Сонця;
- е) масу відносно Сонця.

Опишіть її еволюційний статус (до якого типу належить зоря, її місце на діаграмі Герцшпрунга-Рессела).

Примітка: Світність зорі пропорційна квадрату радіусу R і четвертій степені температури T . $L=4\pi R^2 T^4$. (2011 р. III е. 11 к.)



Розв'язок. $M = m + 5 + 5 \lg p$ $M = 7,5 + 5 + 5 \lg 0,001 = -2^m,5$

$S_p=K8 \Rightarrow$ червоний гігант, Знаючи абсолютну зоряну величину за діаграмою 1 знаходимо, що $L= 1000 L_C$

За цією ж діаграмою знаходимо, що температура зорі близько 3000 К.

$$\frac{L}{L_C} = \left(\frac{T}{T_C}\right)^4 \cdot \left(\frac{R}{R_C}\right)^2 \cdot \text{Звідси} \left(\frac{R}{R_C}\right)^2 = 1000 \cdot \left(\frac{6000}{3000}\right)^4 \cdot \frac{R}{R_C} = \sqrt{16000} \approx 127$$

За діаграмою 2: $\lg \frac{M}{M_C} = 0,6$. Отже $\frac{M}{M_C} \approx 4$

Еволюційний статус: червоний гігант, стадія після головної послідовності

Дані про Сонце і Місяць

- Маса Сонця – $1,989 \cdot 10^{30}$ кг.
- Видимий середній кутовий діаметр Сонця: $\approx 0,5^\circ$
- Ефективна температура поверхні: $5807 \text{ K} \approx 6000 \text{ K}$
- Світність Сонця: $4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Радіус Сонця: $6,96 \cdot 10^8 \text{ м}$
- Середня відстань від Землі до Сонця: $1,496 \cdot 10^{11} \text{ м} = 1 \text{ а.о.}$

- Маса Місяця – $7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$
- Радіус Місяця – 1738 км
- Середня відстань від Землі до Місяця – $384\,400 \text{ км}$.
- Сидеричний місяць – $27,3 \text{ доби}$
- Синодичний місяць – $29,5 \text{ доби}$
- Видимий середній кутовий діаметр Місяця: $0,5^\circ$

Планета	Середній радіус R ($R_{\text{Землі}}$)	Середній радіус R (км)	Велика піввісь орбіти (а.о.)	Велика піввісь орбіти, (млн.км)	Сидеричний період, T, (роки).
Меркурій	0,383	2439	0,39	57,91	0,24
Венера	0,95	6052	0,72	108,21	0,62
Земля	1	6378	1	149,6	1
Марс	0,532	3393	1,52	227,94	1,88
Юпітер	11,19	71398	5,2	778,34	11,86
Сатурн	9,41	60000	9,54	1427	29,46
Уран	4,11	26200	19,18	2869,6	84,01
Нептун	3,81	24300	30,06	4496,7	164,79

Найбільш яскраві зорі

Зоря	Зоряна величина m	Пряме сходження		Схилення		Температура К	Паралакс "
		год	хв	$^{\circ}$	$'$		
α Тельця (Альдебаран)	0.86	4	33,0	+16	25	4500	0.050
α Візничого (Капелла)	0.08	5	13,0	+45	57	5600	0.072
α Оріона (Бетельгейзе)	0.47	5	52,5	+07	24	3000	0.007
α Великого Пса (Сіріус)	-1.46	6	42,9	-16	39	11000	0.370
β Оріона (Рігель)	0.13	5	12,1	-08	15	5800	0.004
α Волопаса (Арктур)	-0.05	14	13,4	+19	27	5000	0.090
α Скорпіона (Антарес)	0.91	16	23,6	-26	19	3000	0.007
α Ліри (Вега)	0.03	18	35,2	+38	44	11000	0.123
α Орла (Альгаїр)	0.76	19	48,3	+08	44	9000	0.196
α Лебедя (Денеб)	1.25	20	39,7	+45	06	10000	0.002

Гравітаційна стала	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Стала Стефана-Больцмана	$5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4$
1 парсек	$3,09 \cdot 10^{16} \text{ м}$
1 а.о. (астрономічна одиниця)	$1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
Швидкість світла у вакуумі	$3 \cdot 10^8 \text{ м} / \text{с}$
Кут між екліптикою і небесним екватором	$23^{\circ} 26'$
Довгота м.Рівне	1 год 44 хв