

Теплові явища

150. Автомобіль, маса якого 1,5 т, перевозить по горизонтальній дорозі 500 кг вантажу, витрачаючи по 15 г бензину щохвилини. Визначте швидкість рівномірного руху автомобіля, якщо ККД двигуна 30 %, а сила опору становить 0,01 від ваги автомобіля. $q_6=46$ МДж/кг. (2003 р. II е. 8 к.)

Розв'язок

При рівномірному русі сила тяги автомобіля F_T дорівнює силі опору F_0 ,

$$F_T = F_0 = 0,01mg. \text{ Тоді } \eta = \frac{A_{\text{кор}}}{A} = \frac{F_T \cdot v t_0}{q_6 m_0}, \text{ звідки } v = \frac{\eta q_6 m_0}{0,01mg t_0} = 17,25 \text{ м/с.}$$

151. У 4 л води за температури кипіння вкинули 2,1 кг перлової крупи і зварили на газовій плиті. Скільки газу витрачено на випаровування води, якщо вважати, що температура води після всипання крупи помітно не змінилася, а вода або випаровується або поглинається крупою. Густина сухого перлового зерна $1,4 \text{ г/см}^3$, вареного $1,2 \text{ г/см}^3$, питома теплота згорання газу $44 \cdot 10^6$ Дж/кг. (2003 р. II е. 8 к.)

Розв'язок

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c}, \quad \rho_{\text{вар}} = \frac{m_c + m_6}{V_c + V_6} = \frac{m_c + m_6}{\frac{m_c}{\rho_c} + \frac{m_6}{\rho_6}}. \text{ Маса води в перловці } m_6 = \frac{m_c (\rho_{\text{вар}} - \rho_c) \rho_6}{\rho_c (\rho_6 - \rho_{\text{вар}})} = \frac{3}{2} \text{ кг.}$$

Маса води, яка

випарувалася

$$m = 4 \text{ кг} - 1,5 \text{ кг} = 2,5 \text{ кг. } Q = mq = 1,1 \cdot 10^8 \text{ Дж.}$$

152. З якої висоти повинна падати вода, початкова температура якої 20°C , щоб при ударі об землю вона нагрілась до температури 100°C . Вважати, що на нагрівання води йде 50 % механічної енергії. $c_6=4200$ Дж/(кг \cdot °C). (2001 р. II е. 8 к.)

Розв'язок

Оскільки 50 % механічної енергії перетворюється у внутрішню, то

$$\eta mgh = c_6 m (t_2 - t_1). \text{ Звідси } h = \frac{c_6 m (t_2 - t_1)}{\eta mg} = \frac{c_6 (t_2 - t_1)}{\eta g} = 67200 \text{ м.}$$

153. У верхній частині вертикальної труби (стояка) висотного будинку, по якій стікає дощова вода, взимку утворився корок з льоду масою $m_1=8$ кг за температури 0°C . Коли у трубу налили $m_2=6,26$ кг води за температури 100°C , корок відірвався і впав вниз. Чому дорівнює висота стояка, якщо після падіння весь лід розтанув? Питома теплоємність води 4200 Дж/(кг \cdot °C), питома теплота плавлення льоду 330 кДж/кг. Теплоємністю труби стояка і тертям при русі знехтувати. Густина води 1000 кг/м 3 . (2005 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Танення льоду відбувається за рахунок зміни потенціальної енергії льоду та гарячої води і охолодження гарячої води до 0°C .

$$(m_1 + m_2)gh + m_2 c \Delta t = m_1 \lambda. \text{ Звідси } h = \frac{m_1 \lambda - m_2 c \Delta t}{(m_1 + m_2)g} \approx 75,7 \text{ м.}$$

154. В неповній каструлі знаходиться 4 л гарячої води, а в неповному відрі – 6 л холодної. Квартою кілька разів переливають частину води з однієї посудини в іншу і навпаки, щоразу зачерпуючи різні її маси, але так, що в кінці в обох посудинах залишається попередня кількість води. Виявилось, що температура в каструлі знизилась на 30°C . На скільки теплішою стала вода у відрі? Тепловими втратами знехтувати. (2003 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Зміна внутрішньої енергії в посудинах буде однаковою:

$$cm_1 \Delta t_1 = cm_2 \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \Delta t_1. \quad \Delta t_2 = \frac{4}{6} \cdot 30 = \frac{120}{6} = 20^\circ\text{C}.$$

155. Два тіла мають температуру 20°C . Якщо перше тіло нагріти до 100°C і привести у контакт з другим тілом, то встановиться температура 80°C . Яка температура встановиться, якщо до 100°C нагріти друге тіло і привести його в контакт з першим? (2006 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Запишемо рівняння теплового балансу для першого і другого випадків:

$$m_1 c_1 (100^\circ\text{C} - 80^\circ\text{C}) = m_2 c_2 (80^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}) \quad (1); \quad m_1 c_1 (t - 20^\circ\text{C}) = m_2 c_2 (100^\circ\text{C} - t) \quad (2). \text{ Поділимо перше рівняння на друге:}$$

$$\frac{20}{t - 20} = \frac{60}{100 - t}. \text{ Звідси } t = 40^\circ\text{C}.$$

156. Термометр, який знаходився у повітрі за температури 20°C , після занурення у склянку з водою об'ємом 200 см^3 показав 78°C . Яка справжня температура води у склянці, якщо теплоємність термометра 25 Дж/°C? Теплоємністю посудини не враховувати. $c_6=4200$ Дж/(кг \cdot °C) (2005 р. з. 8 к.)

Розв'язок

З рівняння теплового балансу $C(t-t_0) = m_г c_г (t_x - t)$; $t_x - t = \frac{C(t-t_0)}{m_г c_г}$; $t_x = t + \frac{C(t-t_0)}{m_г c_г}$. Маса води $m_г = 200$ г, отже $t_x = 79,72$ °С.

157. Визначити питому теплоємність механічної суміші, яка складається з порошка міді ($m_1 = 150$ г) і порошка алюмінію ($m_2 = 300$ г). $c_m = 380$ Дж/(кг·°С), $c_a = 920$ Дж/(кг·°С). (2005 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Для нагрівання на Δt порошка міді необхідно затратити кількість теплоти $Q_1 = m_1 c_m \Delta t$, а порошка алюмінію $Q_2 = m_2 c_a \Delta t$. Для нагрівання суміші порошоків на Δt необхідно затратити $Q = Q_1 + Q_2 = (m_1 + m_2) c_x \Delta t$, де c_x – питома теплоємність суміші. Тоді $c_x = \frac{m_1 c_m \Delta t + m_2 c_a \Delta t}{(m_1 + m_2) \Delta t} = \frac{m_1 c_m + m_2 c_a}{m_1 + m_2} = 740 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{С}}$.

158. В термос з водою, яка має температуру 40 °С опускають пляшечку. Вона нагрівається до 36 °С. Потім її виймають і в термос опускають другу таку ж пляшечку. До якої температури вона нагріється? Перед опусканням пляшечки мали температуру 18 °С. (2007 р. з. 8 к.)

Розв'язок

Нехай теплоємність води в термосі дорівнює C_T , а теплоємність пляшечки дорівнює C_{II} . Запишемо рівняння теплового балансу для обох випадків:

$$C_T(t-t_1) = C_{II}(t_1-t_0); \quad C_T(t_1-t_2) = C_{II}(t_2-t_0). \quad \text{Звідси} \quad \frac{t-t_1}{t_1-t_2} = \frac{t_1-t_0}{t_2-t_0}.$$

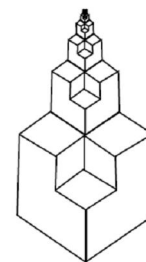
$$t_2 = \frac{t_1(t_1-t_0) + t_0(t-t_1)}{t-t_0} \approx 32,7 \text{ } ^\circ\text{С}.$$

159. Змішали воду: 1 кг при 10 °С, 2 кг при 20 °С, 3 кг при 30 °С, 4 кг при 40 °С, 5 кг при 50 °С, 6 кг при 60 °С, 7 кг при 70 °С, 8 кг при 80 °С. Яка встановиться температура суміші? (2004 р. з. 8 к.)

Розв'язок

При змішуванні першої і другої порцій води: $m_1 c(t-t_1) = m_2 c(t_2-t)$. Звідси $t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$. При змішуванні цієї води з третьою порцією: $(m_1 + m_2)(t_x - t) = m_3(t_3 - t_x)$; $t_x(m_1 + m_2 + m_3) = (m_1 + m_2)t + m_3 t_3$. Звідси $t_x = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2 + m_3 t_3}{m_1 + m_2 + m_3}$. За аналогією під час змішування всіх порцій: $t = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2 + \dots}{\sum m} \approx 56,6$ °С.

160. Майстер Вася виготовив крижану скульптуру, зображену на малюнку: він узяв кубик з льоду із стороною $l = 1$ м і вирізав з його кута куб з стороною, вдвічі меншою. З вирізаним кубиком він повторив ту ж процедуру, і так далі. Сьомий кубик видався йому дуже маленьким, і він його просто викинув. Потім він охолодив 1-й, 3-й і 5-й кубики до $t_1 = -40$ °С, а 2-й, 4-й і 6-й – до $t_2 = -13$ °С і зібрав з них свою скульптуру. Визначте температуру скульптури після встановлення теплової рівноваги. Тепловтратами нехтувати. (2014 р. III е. 9 к.)



Розв'язок

Позначимо масу першого кубика m . Кожен наступний кубик має об'єм рівно у вісім разів менший, ніж попередній. Отже, маса сусідніх кубиків також відрізняється в 8 разів, зокрема, маса другого кубика дорівнює $m/8$. Розіб'ємо тепер кубики на пари: 1 і 2, 3 і 4, 5 і 6. У кожній парі великий кубик має температуру $t_1 = -40$ °С, менший – температуру $t_2 = -13$ °С, а маси їх відрізняються у вісім разів. Отже, температура теплової рівноваги буде однакою в кожній такій парі і дорівнюватиме загальній температурі всієї скульптури.

$$\text{Для кожної пари: } mc(t-t_1) = \frac{m}{8}c(t_2-t). \quad \text{Звідси} \quad t = \frac{t_2 + 8t_1}{9} = -37 \text{ } ^\circ\text{С}.$$

161. В калориметр з холодною водою вкидають золоту та срібну обручки, які знаходилися в окропі. Спочатку вкидають одну, а після встановлення теплової рівноваги її виймають і вкидають іншу. Порівняйте кінцеві температури в калориметрі у випадках, коли спочатку вкидали золоту, а потім срібну обручки і навпаки. Відповідь обґрунтуйте математично. (2008 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Нехай m – маса води, m_1 – маса золотої обручки, m_2 – маса срібної обручки, t – початкова температура води, t_0 – температура окропу.

Рівняння теплового балансу після вкидання у воду золотої обручки:

$$m c_г(t_1 - t) = m_1 c_з(t_0 - t_1) \quad (1), \quad \text{де } t_1 \text{ – температура води після вкидання золотої обручки. Після виймання золотої обручки і вкидання срібної:}$$

$m c_6 (t_2 - t_1) = m_2 c_c (t_0 - t_2)$ (2), де t_2 – температура води після вкидання срібної обручки. З (2)

$$m c_6 t_2 - m c_6 t_1 = m_2 c_c t_0 - m_2 c_c t_2, \quad t_2 = \frac{m_2 c_c t_0 + m c_6 t_1}{m c_6 + m_2 c_c} \quad (3).$$

Визначимо з рівняння (1) температуру t_1 і підставимо у рівняння (3):

$$m c_6 t_1 - m c_6 t = m_1 c_3 t_0 - m_1 c_3 t_1; \quad t_1 = \frac{m_1 c_3 t_0 + m c_6 t}{m c_6 + m_1 c_3};$$

$$t_2 = \frac{m_2 c_c t_0 + \frac{m c_6 (m_1 c_3 t_0 + m c_6 t)}{m c_6 + m_1 c_3}}{m c_6 + m_2 c_c}; \quad t_2 = \frac{m c_6 t_0 (m_2 c_c + m_1 c_3) + m_2 c_c m_1 c_3 t_0 + m^2 c_6^2 t}{(m c_6 + m_1 c_3) \cdot (m c_6 + m_2 c_c)}.$$

Проаналізувавши вирази, які входять в чисельник і знаменник бачимо, що при зміні m_1 і c_3 на m_2 і c_c і навпаки вираз не змінюється, отже немає різниці як вкидати обручки. Кінцева температура буде однакою.

162. У Миколи і Петра є по три склянки: червона, зелена і синя. Кожна склянка містить по $M = 50$ г води. Температура води в червоних склянках $t_1 = 10$ °С, в зелених $t_2 = 30$ °С, в синіх $t_3 = 50$ °С. Микола виливає з червоної склянки $m = 10$ г води, а потім зливає всю свою воду в синю склянку і перемішує. Петро переливає всю воду з червоної склянки в зелену, пере-мішує і виливає деяку кількість води. Воду, що залишилася, він переливає в синю склянку. Виявилось, що після всіх цих операцій температури води в синій склянці у Миколи і Петра однакові. Скільки води вилив Петро? Теплообміном води з навколишнім середовищем і з склянками знехтувати. Об'єм склянок достатній, щоб вмістити всю наявну воду. (2011 р. III е. 9 к)

Розв'язок

Коли Микола вилив з червоної склянки $m = 10$ г води, рівняння теплового балансу при змішуванні рідини в його склянках матиме вигляд:

$$c(M - m)(t - t_1) + cM(t - t_2) = cM(t_3 - t),$$

де t – кінцева температура суміші; c – питома теплоємність води.

Після спрощень і підстановки відповідних значень $t = \frac{M(t_1 + t_2 + t_3) - mt_1}{3M - m}$, $t = 31 \frac{3}{7}$ °С. Коли Петро переливає

воду з червоної склянки в зелену, то встановлюється температура $t_4 = 20$ °С. Якщо частина води вилита, то рівняння теплового балансу має вигляд: $c(2M - m_1)(t - t_4) = cM(t_3 - t)$,

де m_1 – маса води, яку вилив Петро, t – кінцева температура. Згідно умови $t = 31 \frac{3}{7}$ °С. Після перетворень

$$m_1 = \frac{M(t_3 - 3t + 2t_4)}{(t_4 - t)}. \quad m_1 = 18,75 \text{ г.}$$

163. Експериментатор має в своєму розпорядженні дві однакові теплоізовані посудини, в які налита однакова кількість невідомої рідини. В першу посудину він налив деяку кількість води такої ж температури і насипав нагрітих металевих ошурок так, що посудина заповнилася доверху. Після встановлення теплової рівноваги виявилось, що температура в посудині підвищилася на $\Delta t_1 = 2$ °С, а ошурки охололи на $\Delta t_2 = 60$ °С. В другу посудину він насипав ошурок в 10 разів більше і посудина теж виявилась заповненою доверху, причому після встановлення теплової рівноваги температура в посудині підвищилася на стільки, на скільки понизилася температура ошурок. Визначити питому теплоємність ошурок, якщо їх густина $\rho_o = 1,72$ г/см³. Густина води $\rho_e = 1$ г/см³, питома теплоємність води 4200 Дж/(кг·°С). (2016 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Запишемо рівняння теплового балансу для першого і другого випадків:

$C\Delta t_1 + c_e \rho_e V_e \Delta t_1 = c_o \rho_o V_o \Delta t_2$ (1); $C\Delta t = c_o \rho_o V_o \Delta t$ (2), де C – теплоємність посудини з рідиною, Δt – зміна температури ошурок і посудини в другому випадку. З умови $V_o' = 10 V_o$ і $V_e + V_o = V_o'$, тобто $V_e = 9 V_o$.

З рівняння (2) підставимо теплоємність посудини з рідиною в рівняння (1), використавши зв'язок між об'ємами:

$$10 c_o \rho_o V_o \Delta t_1 + 9 c_e \rho_e V_o \Delta t_1 = c_o \rho_o V_o \Delta t_2. \quad \text{Звідси } c_o = \frac{9 c_e \rho_e \Delta t_1}{\rho_o (\Delta t_2 - 10 \Delta t_1)} \approx 1100 \text{ Дж/(кг·°С)}.$$

164. До якої температури повинен бути охолоджений шматок ебоніту, щоб після занурення його у воду при температурі 0 °С він почав спливати внаслідок обмерзання льодом? $\rho_l = 900$ кг/м³, $\rho_e = 1100$ кг/м³, $\rho_w = 1000$ кг/м³, $\lambda_l = 330$ кДж/кг, $c_e = 1200$ Дж/(кг·°С). (2006 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

В умові задачі мова йде про шматок ебоніту, тобто він має фіксовану масу m_e і воду, значить кількість її не обмежена. Ебоніт одержить певну кількість теплоти за рахунок кристалізації води. За законом збереження енергії:

$$c_e m_e (t - 0^\circ \text{C}) = \lambda_l m_l \quad \text{або} \quad c_e m_e t = \lambda_l m_l \quad (1).$$

Умова зривання ебоніту з льодом: $m_e + m_l \leq \rho_e \left(\frac{m_e}{\rho_e} + \frac{m_l}{\rho_l} \right)$ (2)

Розв'язок системи рівняння (1) і нерівності (2): $t \leq \frac{\lambda \rho_l \rho_e - \rho_e}{c_e \rho_e \rho_e - \rho_l}$.

Умова виконується при охолодженні ебоніту до температури не вище -225°C .

165. До якої температури слід охолодити шматок алюмінію, щоб після занурення його у воду з температурою 0°C він піднявся з дна внаслідок обмерзання льодом? $\rho_l=900 \text{ кг/м}^3$, $\rho_a=2700 \text{ кг/м}^3$, $\rho_e=1000 \text{ кг/м}^3$, $\lambda_i=330 \text{ кДж/кг}$, $c_a=920 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$. (2002 р. II е. 8 к.)

Розв'язок

При опусканні алюмінію у воду з температурою 0°C почнеться теплообмін. Алюміній приймає кількість теплоти $Q_1=c_a\rho_a V_a t_a$, а вода при кристалізації віддає $Q_2=\lambda\rho_l V_l$. Оскільки $Q_1=Q_2$, то $c_a\rho_a V_a t_a=\lambda\rho_l V_l$ (1). Щоб система алюміній-лід почала спливати, повинна виконуватися умова рівноваги:

$$F_{\Lambda a} + F_{\Lambda l} = m_a g + m_l g, \text{ звідки } \rho_e g (V_a + V_l) = \rho_a g V_a + \rho_l g V_l \quad (2)$$

Розв'язавши систему рівнянь (1) та (2), отримуємо:

$$t_a = \frac{\lambda \rho_l (\rho_a - \rho_e)}{c_a \rho_a (\rho_e - \rho_a)} = -2100^\circ\text{C}. \text{ Температури } t = -2100^\circ\text{C} \text{ досягти неможливо.}$$

166. У посудину із сумішшю 1 кг води і 1 кг льоду впустили 0,1 кг водяної стоградусної пари. Що буде в посудині після встановлення теплової рівноваги? Питома теплоємність води $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, питома теплота плавлення льоду 340 кДж/кг , питома теплота пароутворення води $2,3 \text{ Мдж/кг}$. (2005 р. II е. 9 к.)

Розв'язок

Кількість теплоти, яка потрібна для плавлення 1 кг льоду $Q_1 = m_l \lambda = 0,34 \cdot 10^6 \text{ Дж}$. Кількість теплоти, яка виділяється під час конденсації пари: $Q_2 = m_2 L = 0,23 \cdot 10^6 \text{ Дж}$. Кількість теплоти, яка виділяється під час охолодження води, утвореної з пари від 100°C до 0°C : $Q_3 = m_2 c \Delta t = 0,042 \cdot 10^6 \text{ Дж}$. $Q_2 + Q_3 = 0,272 \cdot 10^6 \text{ Дж}$.

Оскільки $Q_1 > Q_2 + Q_3$, то після встановлення теплової рівноваги в посудині буде лід і вода при 0°C . Розтане маса льоду $m = \frac{Q_2 + Q_3}{\lambda} = 0,8 \text{ кг}$.

167. В теплоізолювану посудину, в якій міститься 1 кг льоду за 0°C впускають 1 кг водяної пари при температурі 105°C . Якою буде температура в посудині після встановлення теплової рівноваги? Питома теплоємність води $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, пари $2200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, питома теплота плавлення льоду 330 кДж/кг , питома теплота пароутворення води $2,3 \text{ Мдж/кг}$. (2002 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Для плавлення 1 кг льоду і нагрівання його до 100°C потрібна кількість теплоти $Q_1 = m\lambda + mc\Delta t_1 = 7,5 \cdot 10^5 \text{ Дж}$. При охолодженні пари до 100°C виділиться кількість теплоти

$$Q_2 = mc_p \Delta t_2 = 11000 \text{ Дж}. \text{ При повній конденсації пари виділиться кількість теплоти } Q_3 = mL = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Можна зробити висновок, що температура в посудині буде 100°C . При цьому весь лід розтане і вода нагріється

$$\text{до } 100^\circ\text{C}. \text{ Пара охолоне і деяка її частина сконденсується. Маса сконденсованої пари } m_1 = \frac{Q_1 - Q_2}{L} \approx 321 \text{ г}.$$

168. В склянку об'ємом 200 мл, яка до половини наповнена водою за температури 15°C з висоти 20 см вкидають (без поштовху) кубик льоду. Визначте температуру води після того, як увесь лід розтане і в склянці встановиться тепла рівновага. Початкова температура льоду -5°C , довжина ребра кубика 2 см. Густина води 1000 кг/м^3 , льоду 900 кг/м^3 , питома теплоємність води $4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, льоду $2100 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, питома теплота плавлення льоду 330 кДж/кг . (2006 р. II е. 8 к.)

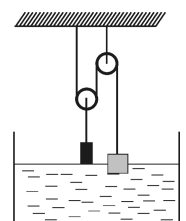
Розв'язок

Під час падіння кубик льоду нагрівається: $m_l g h = m_l c_l \Delta t$. $\Delta t = \frac{gh}{c_l} \approx 0,001^\circ\text{C}$. Це нагрівання незначне і ним можна

знехтувати. Запишемо рівняння теплового балансу: $Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4$, де $Q_1 = c_l m_l (t_{nl} - t_l)$ – кількість теплоти, необхідна для нагрівання льоду до 0°C . $Q_2 = \lambda m_l$ – кількість теплоти, необхідна для плавлення льоду. $Q_3 = c_e m_l (t - t_{nl})$ – кількість теплоти, необхідна для нагрівання утвореної з льоду води. $Q_4 = c_e m_e (t_e - t)$ – кількість теплоти, яку віддає вода в склянці, охолоджуючись. Маса льоду $m_l = \rho_l V = \rho_l a^3 = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$.

$$Q_1 = 75,6 \text{ Дж}; Q_2 = 2376 \text{ Дж}. 2451,6 + 30,24t = 420(15 - t). \text{ Звідси } t \approx 8,5^\circ\text{C}.$$

169. В системі, зображеній на малюнку, до рухомого блока підвішено алюмінієвий тягарець масою 270 г, який дотикається до поверхні води. До кінця нитки, перекинutoї через нерухомий блок, підвішено шматок льоду, масою 485 г, який частково занурений у воду. Система перебуває у рівновазі. Яку кількість теплоти необхідно надати шматку



льоду, щоб алюмінієвий тягар повністю занурився у воду? Нитки довгі і нерозтяжні, тертя в блоках відсутнє. Температура системи 0 °С.

$\rho_в=1 \text{ г/см}^3$, $\rho_а=2,7 \text{ г/см}^3$, $\lambda_л=330 \text{ кДж/кг}$. (2006 р. III е. 10 к.)

Розв'язок

Оскільки шлях, який пройде алюмінієвий тягарець до повного занурення вдвічі менший, ніж шлях пройдений шматком льоду, то після занурення тягарця лід повністю знаходиться у повітрі. З умови рівноваги

$$m_a g = F_{нат} + F_в \Rightarrow F_{нат} = m_a g - \rho_в g V = m_a g - \rho_в g \frac{m_a}{\rho_a}$$

Враховуючи властивість рухомого і нерухомого блока

$$m_л g = \frac{F_{нат}}{2} = \frac{m_a g}{2} \left(\frac{\rho_a - \rho_в}{\rho_a} \right) \Rightarrow m_л \approx 85 \text{ г}.$$

Отже повинно розтанути $\Delta m = m - m_л = 400 \text{ г}$. $Q = \Delta m \lambda_л = 132000 \text{ Дж}$.

170. У каstrулю, площа дна якої 300 см^2 , налили 2 л води при $8 \text{ }^\circ\text{C}$ і вкинули 160 г льоду при температурі $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Якою буде температура і рівень води у каstrулі після встановлення теплової рівноваги? Теплоємністю каstrулі і теплообміном з навколишнім середовищем знехтувати. $\lambda_л=330 \text{ кДж/кг}$, $c_в=4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$, $\rho_в=1000 \text{ кг/м}^3$. (2003 р. з. 8 к.)

Розв'язок

Для плавлення льоду необхідна кількість теплоти $Q = m_л \lambda = 5,44 \cdot 10^4 \text{ Дж}$, де $m_л$ – маса льоду. При охолодженні води від $8 \text{ }^\circ\text{C}$ до $0 \text{ }^\circ\text{C}$ виділиться кількість теплоти $Q = m_в c \Delta t = 6,72 \cdot 10^4 \text{ Дж}$, де $m_в$ – маса води. Отже, після встановлення теплової рівноваги весь лід розтане і в каstrулі буде вода. Тоді рівняння теплового балансу: $m_л \lambda + m_в c (t - t_0) = m_в c (t_1 - t)$, де t_1 – початкова температура води, $t_0 = 0 \text{ }^\circ\text{C}$. Звідси

$$t = \frac{m_в c t_1 - m_л \lambda}{m_в c + m_л} \approx 1,59 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Рівень води в каstrулі: $h = \frac{V_1 + V_2}{S} = \frac{\rho_в + m_л}{\rho_в S} = 7,2 \text{ см}.$

171. У герметично закритій посудині у воді за $0 \text{ }^\circ\text{C}$ плаває шматок льоду маси M , в якій вмерзла свинцева дробина маси m . Яку кількість теплоти необхідно надати системі, щоб дробина почала тонути? Густина свинцю $\rho_с$, льоду $\rho_л$, води $\rho_в$, питома теплота плавлення льоду λ . (2007 р. з. 11 к.)

Розв'язок

Щоб дробина почала тонути не обов'язково повинен розтанути весь лід. Задля цього необхідно, щоб густина системи «шматок льоду-дробина» стала рівною або більшою густини води. Розглянемо граничний випадок:

$\frac{M_1 + m}{V} = \rho_в$, де M_1 – маса льоду, що залишилася після танення. Враховуючи, що сумарний об'єм льоду і

дробини дорівнює сумі їхніх об'ємів $V = \frac{M_1}{\rho_л} + \frac{m}{\rho_с}$, умова танення запишеться так: $M_1 + m = \rho_в \left(\frac{M_1}{\rho_л} + \frac{m}{\rho_с} \right)$.

Звідси $M_1 = \frac{m(\rho_с - \rho_в)\rho_л}{(\rho_в - \rho_л)\rho_с}$. Тоді $\Delta m = M - M_1 = M - \frac{m(\rho_с - \rho_в)\rho_л}{(\rho_в - \rho_л)\rho_с}$.

Кількість теплоти, яка необхідна для цього $Q = \Delta m \lambda$.

172. У теплоізолювану циліндричну посудину помістили шматок льоду масою M при $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ і міцно прикріпили до дна. Потім залили цей лід водою такою ж маси M . Вода повністю покрила лід і досягла рівня $H = 20 \text{ см}$. Визначте початкову температуру води, якщо після встановлення теплової рівноваги рівень води в посудині опустився на $h = 0,4 \text{ см}$. $\lambda_л = 330 \text{ кДж/кг}$, $c_в = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{ }^\circ\text{C)}$, $\rho_л = 900 \text{ кг/м}^3$, $\rho_в = 1000 \text{ кг/м}^3$. (2008 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Початкова висота рідини в посудині визначається умовою: $\frac{M}{\rho_л} + \frac{M}{\rho_в} = HS$ або $M \left(\frac{\rho_в + \rho_л}{\rho_л \rho_в} \right) = HS$ (1).

Припустимо, що розтав весь лід. Рівень води у посудині повинен зменшитись на висоту h_0 , значення якої

знайдемо із співвідношення: $\frac{M}{\rho_л} - \frac{M}{\rho_в} = h_0 S$ або $M \left(\frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_л \rho_в} \right) = h_0 S$ (2).

Поділимо рівняння (2) на (1): $\frac{h_0}{H} = \frac{\rho_в - \rho_л}{\rho_в + \rho_л}$; $h_0 \approx 1,05 \text{ см}$. Оскільки згідно умови рівень води опустився на

$0,4 \text{ см}$, то це означає, що не весь лід розтав, а отже в посудині встановилась температура $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Нехай розтав лід масою m . Тоді: $M c_в (t - 0) = \lambda m$, звідки $t = \frac{\lambda m}{c_в M}$.

Ще раз запишемо рівняння (2), з врахуванням того, що розтав лід масою m :

$$m \left(\frac{\rho_г - \rho_л}{\rho_л \rho_г} \right) = hS \quad (3). \text{ Поділимо (3) на (1): } \frac{m}{M} = \frac{h}{H} \cdot \frac{\rho_г + \rho_л}{\rho_г - \rho_л}.$$

$$\text{Отже } t = \frac{\lambda \cdot h}{c_г \cdot H} \cdot \frac{\rho_г + \rho_л}{\rho_г - \rho_л} \approx 29,8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

173. В циліндричній посудині висотою 17 см і площею перерізу 100 см², знаходиться вода масою 1,6 кг при температурі 10 °С. У воду акуратно опускають шматок льоду масою 200 г при температурі 0 °С. Визначте температуру, яка встановиться в посудині. Скільки води буде в посудині після встановлення теплової рівноваги? Питома теплоємність води
 $c=4200 \text{ Дж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$, питома теплота плавлення льоду $\lambda=330 \text{ кДж/кг}$. Густина води 1000 кг/м³, льоду 900 кг/м³. Тепловими втратами на нагрівання посудини та оточуючого середовища знехтувати. (2012 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

$$\text{Визначимо висоту води в посудині: } m = \rho_г \cdot S \cdot h_г \Rightarrow h_г = \frac{m}{\rho_г \cdot S} = 0,16 \text{ м}.$$

Склянка заповнена водою до висоти 16 см. У ній над водою є вільний об'єм:

$$V = S(h - h_г) = 0,0001 \text{ м}^3. \text{ Опустимо в склянку з водою кусок льоду. При рівновазі лід буде плавати за умови:}$$

$$m_л g = \rho_г g V_з. \text{ Лід витіснить воду об'ємом } V_з = \frac{m_л}{\rho_г} = 0,0002 \text{ м}^3. \text{ Відповідно, з склянки вилетіть об'єм води}$$

$$\Delta V = V_з - V = 0,0002 - 0,0001 = 0,0001 \text{ м}^3. \text{ Це відповідає масі води } 0,1 \text{ кг}.$$

Отже, в посудині залишиться вода масою 1,5 кг і лід масою 0,2 кг.

Для плавлення льоду потрібна енергія $Q_{пл} = \lambda m_л = 66000 \text{ Дж}$.

Максимальна кількість енергії, яка може виділитись при охолодженні води $Q_{ох} = cm_г(t - 0) = 63000 \text{ Дж}$. Цієї енергії недостатньо, щоб весь лід розтав, тому кінцева температура буде 0 °С і розтане лід масою

$$m_л = \frac{Q_{ох}}{\lambda} \approx 0,191 \text{ кг}.$$

В посудині залишиться 0,009 кг льоду і 1,691 кг води при температурі 0 °С.

174. Для заповнення басейна водою можна використати два крани, через які поступає однакова кількість води за рівні інтервали часу. Температура води, що поступає з першого крана $t_1=70 \text{ } ^\circ\text{C}$, з другого $t_2=40 \text{ } ^\circ\text{C}$. Під час заповнення басейна помітили, що коли відкритий тільки перший кран, температура у басейні $t_3=50 \text{ } ^\circ\text{C}$. Якщо відкритий тільки другий кран, температура у басейні $t_4=30 \text{ } ^\circ\text{C}$. Яка температура повітря у приміщенні басейна? Кількість теплоти, яка випромінюється теплою водою прямо пропорційна різниці температур води і повітря, а рівень води у басейні однаковий в обох випадках. Яка температура води в басейні, якщо відкриті обидва крани? (2005 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Коли відкритий перший кран, то рівняння теплового балансу:

$$\alpha(t_3 - t_x) = mc(t_1 - t_3) \quad (1). \text{ Аналогічно, коли відкритий другий кран:}$$

$$\alpha(t_4 - t_x) = mc(t_2 - t_4) \quad (2). \text{ Звідси } \frac{t_3 - t_x}{t_4 - t_x} = \frac{t_1 - t_3}{t_2 - t_4} \text{ або}$$

$$t_3 t_2 - t_3 t_4 - t_x(t_2 - t_4) = t_1 t_4 - t_3 t_4 - t_x(t_1 - t_3), \quad t_x((t_2 - t_4) - (t_1 - t_3)) = t_3 t_2 - t_1 t_4. \quad t_x = 10 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Якщо відкрити обидва крани, то $\alpha(t_5 - t_x) = \frac{m}{2} c(t_1 - t_5) + \frac{m}{2} c(t_2 - t_5)$. Поділимо на рівняння (1):

$$\frac{t_5 - t_x}{t_3 - t_x} = \frac{t_1 - t_5}{2(t_1 - t_3)} + \frac{t_2 - t_5}{2(t_1 - t_3)}.$$

$$2t_5(t_1 - t_3) - 2t_1 t_x + 2t_x t_3 = (t_1 + t_2)(t_3 - t_x) - 2t_5(t_3 - t_x), \text{ звідки } t_5 = 40 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

175. Для підтримування в кімнаті температури 20 °С за температури на вулиці -10 °С доводиться щодня спалювати 0,1 м³ сухих дров. Скільки дров доведеться спалювати щодня для підтримання в кімнаті тієї ж температури, якщо температура на вулиці знизиться до -20 °С? (2006 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Між вулицею і кімнатою відбувається теплообмін. Кількість теплоти, що втрачає кімната за добу $Q_1 = \alpha(T_0 - T_1)$ (1), де T_0 – температура в кімнаті, T_1 – температура на вулиці, α – коефіцієнт теплообміну. При спалюванні дров виділяється теплота $Q_2 = \eta m_1 q$ (2), де η – коефіцієнт корисної дії печі, m – маса дров, q –

питома теплота згоряння дров. Якщо температура в кімнаті стала, то $Q_1 = Q_2$, тобто $\alpha(T_0 - T_1) = \eta m_1 q$ (3). У другому випадку $\alpha(T_0 - T_2) = \eta m_2 q$ (4). Поділивши (4) на (3), отримаємо:

$$m_2 = \frac{T_0 - T_2}{T_0 - T_1} m_1, \text{ або } V_2 = \frac{T_0 - T_2}{T_0 - T_1} V_1 = 0,13 \text{ м}^3.$$

176. У калориметр з водою, у якій плаває шматок льоду, опускають нагрівник потужністю 340 Вт і щохвилини вимірюють температуру. На протязі першої і другої хвилини температура не змінювалась. На кінець третьої хвилини температура зросла на 3 °С, а на кінець четвертої ще на 6 °С. Нехтуючи теплоємністю калориметра і втратами тепла, оцінити початкові маси води і льоду в калориметрі. $\lambda_l = 340 \text{ кДж/кг}$, $c_w = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°С)}$. (2007 р. III е. 8 к.)

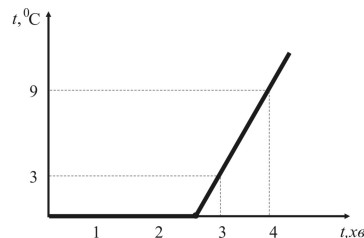
Розв'язок

Побудуємо графік залежності температури від часу.

Згідно умови початкова температура 0 °С. Від третьої до четвертої хвилини нагрівалася вода, отже графік – пряма лінія. Провівши його до перетину з віссю часу, отримаємо точку, коли весь лід розтав. З графіка видно, що $t = 2,5 \text{ хв} = 150 \text{ с}$.

Отже $Pt = \lambda \cdot m_l$. $m_l = \frac{P \cdot t}{\lambda} = 0,15 \text{ кг}$. Оскільки нагрівник працює однаково то

при нагріванні всієї води на 3 °С за час 0,5 хв можна записати: $P \cdot t_1 = mc\Delta t$. $m = \frac{P \cdot t_1}{c\Delta t} \approx 0,8 \text{ кг}$. Отже початкова маса води була $m - m_l = 0,65 \text{ кг}$.

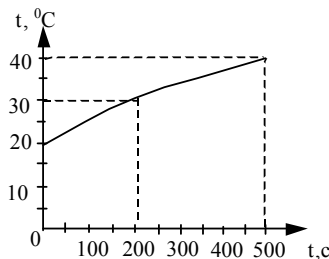


177. У калориметр, в якому знаходилася вода при 20 °С, із шприца наливають з незмінною швидкістю гарячу воду. Графік залежності температури води від часу зображено на малюнку. Знайти температуру гарячої води, вважаючи, що при її попаданні в калориметр, теплова рівновага встановлюється миттєво. (2003 р. з. 9 к.)

Розв'язок

З графіка бачимо, що за 200 с вода нагрілася від 20 °С до 30 °С і за наступні 300 с – від 30 °С до 40 °С. Оскільки швидкість наливання гарячої води незмінна, то за 300 с потрапить води в 1,5 разів більше, ніж за 200 с.

Запишемо два рівняння теплового балансу: $m_1 c(t_2 - t_1) = m_2 c(t - t_2)$ і $(m_1 + m_2)c(t_3 - t_2) = 1,5 m_2 c(t - t_3)$, де m_1 – маса холодної, m_2 – маса гарячої води, $t_1 = 20 \text{ °С}$, $t_2 = 30 \text{ °С}$, $t_3 = 40 \text{ °С}$, t – температура гарячої води. $10m_1 = m_2(t - 30)$; $(m_1 + m_2)10 = 1,5m_2(t - 40)$. Після перетворень: $t - 30 = 1,5t - 70$; $t = 80 \text{ °С}$.



178. У калориметр помістили суміш води й льоду і рівномірно її нагрівають. Графік зміни температури в калориметрі зображено на малюнку. Визначте початкове співвідношення мас води і льоду. Оцініть інтервал часу, через який температура знову почне змінюватись? $\lambda_l = 330 \text{ кДж/кг}$, $c_w = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°С)}$, $L_e = 2,3 \text{ МДж/кг}$ (2006 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Нехай: $t_1 = 10 \text{ хв}$, $t_2 = 40 \text{ хв}$, t_3 – час, коли температура знову почне змінюватись, $\Delta T = 100 \text{ °С}$. Якщо потужність нагрівника стала, то кількість теплоти, що йде на плавлення льоду $Q_{пл} = m_l \lambda = Pt_1$ (1). Кількість теплоти, що йде на нагрівання води від 0 до 100 °С $Q_w = c_w(m_l + m_w)\Delta T = P(t_2 - t_1)$ (2).

Кількість теплоти, що йде на випаровування води

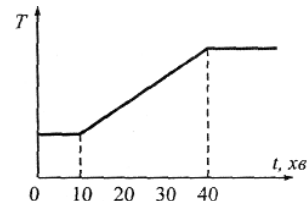
$$Q = L(m_l + m_w) = P(t_3 - t_2) \text{ (3)}. \text{ Поділимо (2) на (1): } \frac{m_w}{m_l} = \frac{(t_2 - t_1)\lambda}{t_1 c_w \Delta T} - 1 = 1,35.$$

Поділивши (3) на (2), отримаємо: $t_3 = t_2 + \frac{L(t_2 - t_1)}{c_w \Delta T} = 202 \text{ хв}$.

179. Молоді люди вирішили погостити своїх друзів коктейлем з льодом і поставили ванночку з водою в морозильник. Через $t_1 = 15 \text{ хв}$ вони заглянули в морозильник і виявили, що за цей час температура води понизилася з 16 °С до 4 °С. Через який час від того моменту, коли ванночку ставили у моро-зильник буде готовий лід? $\lambda_l = 330 \text{ кДж/кг}$, $c_w = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{°С)}$. (2007 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Для охолодження води на $\Delta T_1 = 12 \text{ °С}$ від неї було відведено кількість теплоти $Q_1 = cm\Delta T_1$, де m – маса, c – питома теплоємність води. Морозильник працює неперервно і швидкість тепловідводу в ньому постійна. Швидкість



тепловідводу $q = \frac{Q_1}{t_1} = \frac{cm\Delta T_1}{t_1}$. Час, необхідний для подальшого охолодження води від 4°C до 0°C

$$t_2 = \frac{Q_2}{q} = \frac{cm\Delta T_2}{cm\Delta T_1} t_1 = t_1 \frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}.$$

$t_2 = 15 \cdot \frac{4}{12} = 5$ хв. Час, необхідний для перетворення в лід всієї маси води, яка знаходиться при 0°C

$$t_3 = \frac{Q_3}{q} = \frac{m\lambda}{cm\Delta T_1} t_1 = t_1 \frac{\lambda}{c\Delta T_1}. t_3 \approx 98 \text{ хв. Таким чином шуканий час } t = t_1 + t_2 + t_3 = 15 + 5 + 98 = 118 \text{ хв} \approx 2 \text{ год.}$$

180. Дві однакові посудини А і В, що містять суміш води і льоду однакової маси помістили на дві однакові плиточки, і відразу стали вимірювати температуру вмісту за допомогою термометрів. Через 30 хв. після початку вимірювань термометр в посудині А показав температуру 2°C , а ще через 15 хв. – температуру 5°C . Визначте покази другого термометра в ті ж моменти часу, якщо відомо, що в посудині В льоду було в два рази більше, ніж в посудині А. Теплоємністю посудин і теплообміном з навколишнім середовищем знехтувати. (2009 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Введемо позначання: P_0 – потужність плиточки, λ – питома теплота плавлення льоду, c – питома теплоємність води, m_λ – маса льоду в посудині А, m – маса суміші води та льоду в посудинах. Тоді в посудині В маса льоду рівна $2m_\lambda$. Оскільки в посудинах знаходиться суміш води та льоду, то їх початкова температура $t_0 = 0^\circ\text{C}$. Тепло, отримане посудиною А за час $\tau_1 = 30$ хв. іде на плавлення льоду і нагрівання води до температури $t_1 = 2^\circ\text{C}$.

$$Q_1 = P_0 \tau_1 = m_\lambda \lambda + 2mc \quad (1). \quad \text{За час } \tau_2 = \frac{1}{2} \tau_1 = 15 \text{ хв. тепло іде на нагрівання води від температури } t_1 = 2^\circ\text{C до}$$

$$\text{температури } t_2 = 5^\circ\text{C} (\Delta t = 3^\circ\text{C}). \quad Q_2 = P_0 \tau_2 = 3mc \quad (2). \quad \text{З системи рівнянь 1 та 2, врахувавши, що } \frac{\tau_1}{\tau_2} = 2,$$

$$\text{отримаємо: } m_\lambda \lambda = mc \left(\frac{3\tau_1}{\tau_2} - 2 \right) = 4mc. \quad \text{Тоді з врахуванням рівняння 1: } m_\lambda \lambda = \frac{2}{3} Q_1, \text{ а також } Q_1 = 6mc.$$

Оскільки в посудині В льоду вдвічі більше, ніж в посудині А, тому на його плавлення необхідно тепла $2m_\lambda \lambda = \frac{4}{3} Q_1 > Q_1$, тобто більше ніж виділяється плиткою за час $\tau_1 = 30$ хв. Таким чином весь лід в посудині В за цей час не розтане і температура в посудині буде 0°C . За час $\tau_1 + \tau_2 = 3\tau_2 = 45$ хв. плиткою виділяється теплота

$$Q = Q_1 + Q_2 = 9mc. \quad \text{Оскільки на плавлення всього льоду в посудині В потрібно тепла } \frac{4}{3} Q_1 = \frac{4}{3} \cdot 6mc = 8mc, \text{ то на}$$

нагрівання води від 0°C до температури t_{2B} піде тепла $Q' = 9mc - 8mc = mc$. З іншого боку $Q' = mc\Delta t_1$. Таким чином $\Delta t_1 = 1^\circ\text{C}$. Отже термометр покаже температуру 1°C .

181. З відра налили в каструлю деяку кількість води і поставили на нагрівник. Через 30 хв вода закипіла. Після того як з відра зачерпнули ще деяку кількість води і долили в каструлю, температура води в каструлі понизилася на $\Delta t = 12^\circ\text{C}$, а через 5 хв вода знову закипіла. Яка температура води у відрі? Теплообміном води з навколишнім середовищем знехтувати. (2010 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Нехай маса першої порції води m_1 , початкова температура води у відрі t . Тоді на нагрівання цієї води затратиться кількість теплоти $Q_1 = m_1 c (100 - t)$ протягом часу $\tau_1 = 30$ хв. Нехай маса другої порції води m_2 , тоді рівняння теплового балансу при змішуванні води запишеться так: $m_1 c \Delta t = m_2 c (100 - \Delta t - t)$ або $\frac{m_1}{m_2} = \frac{100 - \Delta t - t}{\Delta t}$

(1).

Для спрощення математичних розрахунків проведемо такі міркування:

I. Вода масою m_1 знаходилася при температурі 100°C , вода масою m_2 – при температурі t . В кінцевому підсумку при температурі 100°C знаходиться вода масою $m_1 + m_2$ і на це витрачена енергія плиточки за час $\tau = 5$ хв.

Отже, можемо вважати, що ця енергія йде на нагрівання води масою m_2 від температури t до 100°C .

$$Q_2 = m_2 c (100 - t).$$

$$\text{Оскільки тепловіддача плиточки однакова, то } \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{m_1 c (100 - t)}{m_2 c (100 - t)} = \frac{m_1}{m_2} \quad (2).$$

$$\text{Враховуючи рівняння (1) отримаємо } \frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{100 - \Delta t - t}{\Delta t}, \text{ звідки } \tau_1 \cdot \Delta t = 100\tau_2 - \tau_2 \Delta t - t\tau_2. \quad t = \frac{100\tau_2 - \tau_2 \Delta t - \tau_1 \cdot \Delta t}{\tau_2}.$$

Після підстановки значень $t = 16^\circ\text{C}$.

II. Або строго математично виведемо рівняння (2).

Протягом часу τ_2 виділяється тепло $Q_2 = (m_1 + m_2)c \cdot \Delta t$. Тоді

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{(m_1 + m_2)\Delta t}{m_1(100 - t)} = \frac{m_1\Delta t + m_2\Delta t}{m_1(100 - t)} = \frac{m_2(100 - \Delta t - t) + m_2\Delta t}{m_1(100 - t)} = \frac{m_2(100 - t)}{m_1(100 - t)} = \frac{m_2}{m_1}$$

182. На плиті стоїть посудина з киплячою водою (температура $t_k=100$ °С), початкова маса якої m_0 . Частина води випаровується, а третина утвореної пари конденсується на шматку льоду, розташованому над посудиною і стікає назад. Початкова маса льоду m , а його початкова температура $t_0=0$ °С. Якою стане маса води в посудині, коли весь лід розтане? Частка пари, що конденсується, весь час постійна. Питома теплоємність води c , питома теплота плавлення льоду λ , питома теплота пароутворення води L . Теплообміном води і льоду з навколишнім середовищем нехтувати. (2015 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Нехай Δm – маса води, що випарувалася з посудини. При цьому маса пари $\frac{\Delta m}{3}$ сконденсувалася на шматку льоду і стекла потім вниз разом з талою водою, що утворилася при таненні льоду. Отже, маса води в посудині стане $M = m_0 + m - \frac{2\Delta m}{3}$. Під час конденсації і охолодженні до температури плавлення льоду пара віддає

кількість теплоти $L \cdot \frac{\Delta m}{3} + c \cdot \frac{\Delta m}{3} \cdot t_k$, а лід одержує кількість теплоти λm . $L \cdot \frac{\Delta m}{3} + c \cdot \frac{\Delta m}{3} \cdot t_k = \lambda m$. Звідси

$$\Delta m = \frac{3\lambda m}{L + ct_k}. \text{ Тоді маса води в посудині стане: } M = m_0 + m - \frac{2\lambda m}{L + ct_k}.$$