2.156. Проведемо через точку 1 ізохору, а через точку 2 ізотерму (*рис. 307*). Вони перетнуться в точці 3, якій відповідає тиск p_3. Оскільки тиск $p_2 > p_3$, а температура газу в станах 2 і 3 однакові, то $V_2 < V_1$, оскільки $V_3 = V_1$. Таким чином, об'єм газу при переході із стану 1 до стану 2 зменшиться.

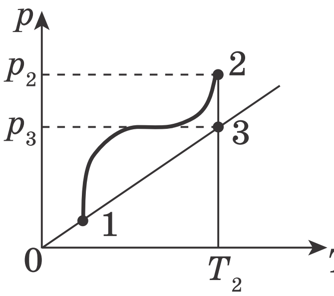

Рис. 307

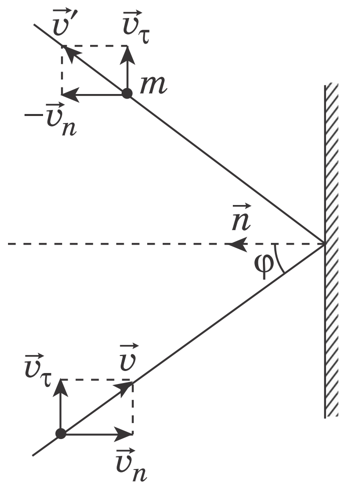

Рис. 308

2.157. а) Оскільки відбивання відбувається за законами пружного удару, то тангенціальна складова швидкості в пучку v_τ не змінюється (*рис. 308*). Число молекул, які зіткнуться за час t з ділянкою стінки площею S, буде $N = nStv\cos\varphi$. В результаті удару імпульс однієї молекули зміниться на значення $\Delta p = 2mv\cos\varphi$. Зміна імпульсу всіх молекул, які зіткнулися з виділеною ділянкою стінки за час t, $N\Delta p = 2mntsv^2\cos^2\varphi$. Скориставшись другим і третім законами Ньютона, запишемо $Ft = N\Delta p$, де F — сила, з якою молекулярний пучок діє на стінку. Тоді тиск $p = \dfrac{F}{S} = 2mnv^2\cos^2\varphi$.

Тиск, що його чинить молекулярний пучок на стінку, яка переміщається зі швидкістю u в напрямку нормалі, $p_1 = 2mn(v\cos\varphi \pm u)^2$. Знак «плюс» відповідає випадку, коли стінка рухається назустріч пучку, а знак «мінус», — коли вона віддаляється від нього.

2.158. При ізобарному процесі об'єм газу пропорційний його температурі (закон Гей-Люссака) $\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$. Оскільки $T_2 = T_1 + \Delta T$, $V_2 = V_1 + \Delta V$ і $\frac{\Delta V}{V_1} = \eta$, то $V_2 = V_1(1+\eta)$. Підставивши вираз для V_2 в закон Гей-Люссака, дістанемо $\frac{1}{T_1} = \frac{1+\eta}{T_1 + \Delta T}$. Звідси $T_1 = \frac{\Delta T}{\eta}$, або $T_1 = 300\ K$.

2.159. За законом Архімеда, $mg = \rho g V_т$, де g — прискорення вільного падіння, ρ — густина атмосфери Венери, $V_т = \frac{4}{3}\pi r^3$ — об'єм тіла. З рівняння стану ідеального газу $\rho = \frac{p_0 M}{RT}$, де $M = 44 \cdot 10^{-3}\,\frac{кг}{моль}$ — молярна маса вуглекислого газу. Остаточно: $m \leqslant \frac{4}{3}\pi r^3 \frac{\rho_0 M}{RT} \approx 249$ (кг).

2.160. Тиск p всередині склянки при обох температурах однаковий і визначається з рівняння $mg = (p - p_a)S$. При початковій температурі тиск всередині склянки створюється лише повітрям. Після нагрівання до 100 °C тиск насиченої водяної пари в склянці стає рівним p_a. На стільки ж повинен зменшитися тиск повітря за рахунок його розширення. До повітря, яке знаходиться в склянці, можна застосувати рівняння газового стану

$$\frac{pV_1}{T_1} = \frac{(p - p_a)V_2}{T_2}.$$

Оскільки $p = p_a + \rho g h$, $V_1 = hS$, $V_2 = S(h + \Delta h)$, дістаємо

$$\frac{(p_a + \rho g h)hS}{T_1} = \frac{\rho g h(h + \Delta h)S}{T_2}.$$

Враховуючи, що $mg = \rho g h S$, приходимо до рівняння

$$\frac{p_a + \frac{mg}{S}}{T_1} = \frac{\rho g\left(\frac{m}{\rho S} + \Delta h\right)}{T_2}.$$

Звідси

$$\Delta h = \frac{1}{\rho g}\left[\left(p_a + \frac{mg}{S}\right)\frac{T_2}{T_1} - \frac{mg}{S}\right].$$

2.161. Скористаємося рівнянням $p = \frac{1}{3}\rho \bar{v}^2$, яке встановлює зв'язок тиску газу з його густиною і середнім значенням квадрата швидкості. З цього рівняння для середньої квадратичної швидкості молекул газу дістанемо вираз:

$$v_{кв} = \sqrt{\bar{v}^2} = \sqrt{\frac{3p}{\rho}}.$$

Тиск повітря за нормальних умов дорівнює приблизно $1{,}01 \cdot 10^5$ Па, густина $1,29\,\frac{кг}{м^3}$. Підставивши ці значення, дістанемо:

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{1{,}01 \cdot 10^5}{1{,}29}}\ \frac{м}{с} \approx 280\left(\frac{м}{с}\right).$$

2.162. Запишемо рівняння стану ідеального газу для двох випадків:

$$pV = \frac{m}{M}RT \text{ і } 0{,}8pV = \frac{m - \Delta m}{M}R \cdot 0{,}9T.$$

Зв'яжемо масу газу з його молярною масою, числом молекул і сталою Авогадро: $\frac{m}{M} = \frac{N}{N_A}$; $\frac{\Delta m}{M} = \frac{\Delta N}{N_A}$. Тепер знайдемо число молекул газу, які просочилися з балона:

$$\Delta N = N_A \frac{m}{9M} = 5 \cdot 10^{24}.$$

2.163. Із співвідношень $\frac{1}{2}m\bar{v}^2 = kT$ і $pV = \nu RT$, записаних для двох різних станів водню, враховуючи, що $\nu_2 = 2\nu_1$ і $m_2 = \frac{1}{2}m_1$, дістанемо:

$$\frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1} = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}} = 10.$$

2.164. Якщо провести через точки 1 і 2 ізобари, які відповідають постійним масам, то побачимо, що перша ізобара йде крутіше за другу. Отже, маса газу в стані 1 більша, ніж у стані 2 (*рис. 309*).

2.165. Оскільки $V_2 > V_1'$ (*рис. 310*), то $p_2 < p_1$, тобто тиск газу зменшувався.

2.166. Дивись *рис. 311*.

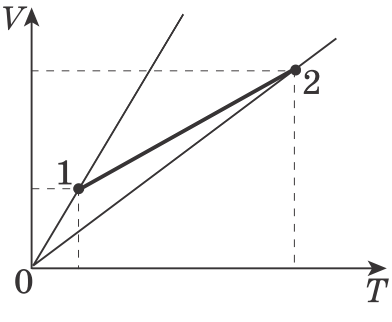

Рис. 309

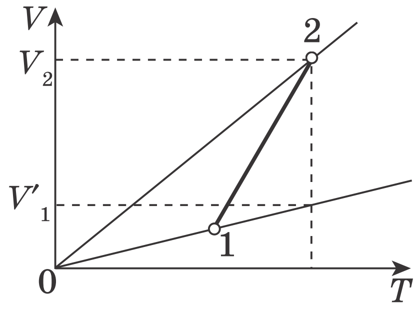

Рис. 310

2.167. Кулька перебуває в спокої, якщо натяг нитки дорівнює $T = F_A - (m + m_т)g$, де $F_A = \rho g V$ і $m_т = \frac{MpV}{RT}$. Таким чином, $T = \rho g V - \left(m + \frac{MpV}{RT}\right)g \approx 0{,}013\,(\text{Н})$.

2.168. $T = \dfrac{M}{6R}\left(v_1^2 + v_2^2\right)$.

2.169. Газ віддає теплоту на ділянці 1–2, а одержує на ділянках 2–3 і 3–1 (*рис. 312*).

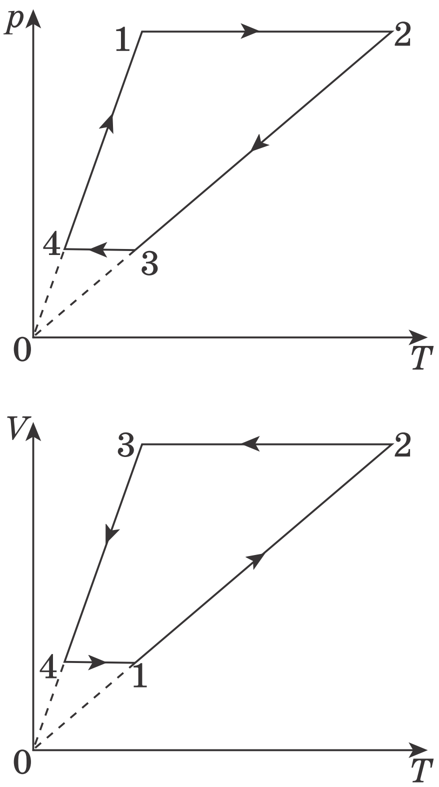

Рис. 311

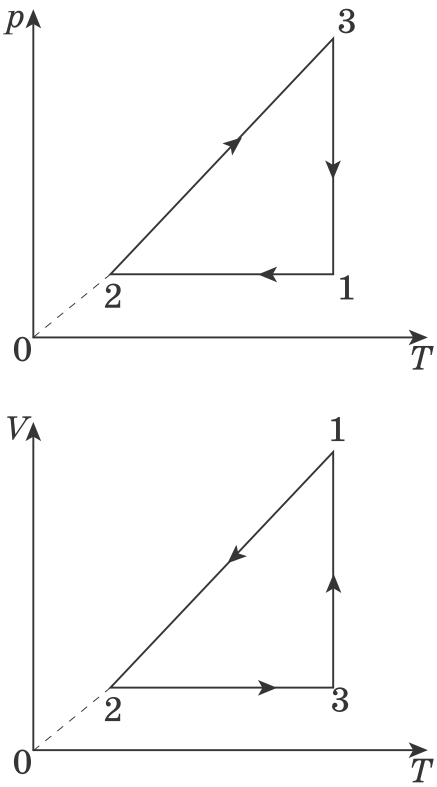

Рис. 312

2.170. Запишемо рівняння, які описують процеси на ділянках 1–2 і 3–1:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}, \quad \frac{p_3}{p_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{V_3}{V_1} = \frac{T_3}{T_2}.$$

Звідси одержуємо:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} \text{ і } T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}.$$

2.171. Для частини газу, який зберігає постійну температуру, справедливим є закон Бойля — Маріотта, згідно з яким $pLS = p_1(L-l)S$, де p — початковий тиск газу в циліндрі, p_1 — тиск у циліндрі після нагрівання половини газу, S — площа поршня. Рівняння стану, записане для газу в другій частині циліндра, дає співвідношення

$$\frac{pLS}{T} = \frac{p_1(L+l)S}{T + \Delta T}.$$

Виключивши з цих рівностей p і p_1, дістанемо відповідь

$$\Delta T = T\frac{2l}{L-l}. \text{ або } \Delta T = 400\ K.$$

2.172. Поршень, який перебуває в спокої в рухомому ліфті, має відносно нерухомої системи відліку прискорення $\vec{a}$, яке збігається з прискоренням ліфта. Запишемо рівняння руху поршня в проекціях на напрям його прискорення:

$$Ma = p_1S - p_aS - Mg \text{ (при прискоренні } \vec{a}\text{, спрямованому вгору),}$$

$$Ma = Mg + p_a s - p_2 s \text{ (при прискоренні } \vec{a}\text{, спрямованому вниз).}$$

Тут p_1 і p_2 — тиски газу під поршнем в цих випадках. З рівняння стану газу, який знаходиться під поршнем, випливає, що $p_1hS = p_2(h+\Delta h)S$.

Розв'язавши систему одержаних рівнянь, знаходимо відповідь:

$$\Delta h = \frac{2Mah}{p_aS + M(g-a)}, \text{ або } \Delta h = 4 \text{ см.}$$

2.173. Оскільки в рухомій посудині тиск газу під поршнем підвищується, прискорення $\vec{a}$ посудини і поршня спрямоване вертикально вгору. На *рис. 313 а* і *б* показано сили, які діють на поршень в нерухомій посудині і в посудині, яка рухається з прискоренням: сила тяжіння mg , сила зовнішнього тиску p_0S і сили тиску газу на нижню поверхню поршня p_1S в нерухомій посудині і p_2S —посудині, що рухається з прискоренням $\vec{a}$.

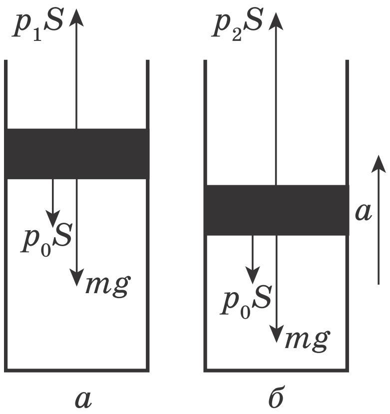

Рис. 313

Запишемо умови рівноваги поршня в нерухомій посудині:

$$(p_1 - p_0)S - mg = 0, \tag{1}$$

рівняння руху поршня, який переміщається разом з посудиною з прискоренням $\vec{a}$:

$$ma = (p_2 - p_0)S - mg, \tag{2}$$

закон Бойля — Маріотта для газу під поршнем:

$$p_1Sh = p_2S[h(1-\eta)]. \tag{3}$$

Із співвідношень (1), (2) і (3) знаходимо зовнішній тиск:

$$p_0 = \frac{m}{S}\left[a\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) - g\right], \text{ або } p_0 = 18\,400 \text{ Па}.$$

2.174. Підіймальна сила дорівнює різниці виштовхувальної сили і сили тяжіння: $F_п = F_в - F_т = \rho_2 gV - \rho_1 gV$. Густини ρ_1 і ρ_2 повітря знайдемо з рівняння газового стану:

$$\rho_1 = \frac{m_1}{V} = \frac{pM}{RT_1}\ ;\ \rho_2 = \frac{m_2}{V} = \frac{pM}{RT_2}\ .$$

Остаточно:

$$F_п = \frac{pMgV}{R} \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot T_2},\ \text{або}\ F_п \approx 326\ \text{Н}\ .$$

2.175. Оскільки перегородка на початку і в кінці перебуває в спокої, то повна робота над перегородкою дорівнює нулю. Крім того, за умовою, теплота не підводиться до системи і не відводиться від неї. Тоді з першого закону термодинаміки випливає, що внутрішня енергія газу не зміниться. Значить, і температура газу також не зміниться.

2.176. Процес відбувається при постійному тиску. Питома теплоємність кисню при цьому дорівнює $c_p = \dfrac{Q}{m\Delta T}$, робота з розширення — $A = p\Delta V = \dfrac{m}{M} R\Delta T$, а збільшення внутрішньої енергії — $\Delta U = Q - A = Q - \dfrac{m}{M} R\Delta T$.

2.177. Може. Якщо, наприклад, у процесі розширення газу виконувана ним робота більша за кількість переданої йому теплоти, температура газу знижується, і теплоємність повинна вважатися від'ємною.

2.178. Після звільнення поршня газ, розширюючись, переміщає його вгору, виконуючи проти сили тяжіння додатну роботу $A = Mg\left(H - H_0\right)$. З першого закону термодинаміки, з урахуванням того, що циліндр з газом теплоізольований, випливає співвідношення $U_0 = U + A$, де U_0 і U — значення внутрішньої енергії газу в початковому і кінцевому станах відповідно. Оскільки внутрішня енергія 1 моль одноатомного ідеального газу дорівнює $U = \dfrac{3}{2} RT$, перший закон термодинаміки для процесу, який розглядається, має вигляд

$$\frac{3}{2} RT_0 = \frac{3}{2} RT + Mg\left(H - H_0\right).$$

Звідси дістанемо відповідь:

$$T = T_0 - \frac{2Mg\left(H - H_0\right)}{3R},\ \text{або}\ T \approx 299{,}2\ \text{К}\ .$$

2.179. Позначимо через p_1 і p_2 тиски повітря в частинах циліндра з об'ємами V_1 і V_2 відповідно. Запишемо рівняння руху поршня:

$$m\omega^2 r = p_2 S - p_1 S\ , \qquad (1)$$

де $\omega^2 r$ — доцентричне прискорення, $p_2 S$ і $p_1 S$ — сили тиску повітря на поршень. За законом Бойля — Маріотта,

$$p_1 V_1 = p_0 V_0\ \text{і}\ p_2 V_2 = p_0 V_0\ . \qquad (2)$$

З рівностей (1) і (2) і очевидного співвідношення $V_1 + V_2 = 2V_0$ знайдемо:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{m\omega^2 r}{p_0 S} + \sqrt{\left(\frac{m\omega^2 r}{p_0 S}\right)^2 + 1}\text{, або } \frac{V_1}{V_2} \approx 1{,}28.$$

2.180. З умови рівноваги поршня в першому, другому і третьому випадках — $mg = k\Delta l$; $mg = k(\Delta l - h) + p_1 S$; $mg = k(\Delta l - x) + p_2 S$, використовуючи рівняння стану ідеального газу — $p_1 hS = \nu RT_1$, $p_2 xS = 5\nu RT_2$, знайдемо шукану висоту

$$x = h \cdot \sqrt{5\frac{T_2}{T_1}}\text{, або } x \approx 22{,}7 \text{ см}.$$

2.181. Оскільки внутрішня енергія ідеального газу залежить лише від його температури, зміна внутрішньої енергії однакова для всіх трьох процесів. З першого закону термодинаміки випливає, що підведена до газу кількість теплоти буде тим більша, чим більша виконана газом робота. В ізохорному процесі 0–1 робота дорівнює нулю, а у двох інших вона додатна, тому найменша кількість теплоти підводиться в першому процесі. Щоб порівняти роботи в другому і третьому процесах, звернемо увагу на те, що робота газу в ізобарному процесі $A = p\Delta V = \nu R\Delta T$ залежить від зміни температури. Тому можна замінити ізобарний процес 0–3 ізобарним процесом 4–2 (*рис. 314*), де точки 4 і 0 лежать на одній ізотермі. Після такої заміни стає очевидним, що робота в ізобарному процесі більша, ніж у процесі 0–2 (площа під відрізком 4–2 більша, ніж під відрізком 0–2). Отже, найбільша кількість теплоти була підведена в ізобарному процесі 0–3.

2.182. Згідно з рівнянням Клапейрона, кожній точці координатної площини (p, V) відповідає однозначно визначене певне значення об'єму даної кількості газу. Тому для визначення характеру змін об'єму газу в даному коловому процесі досить «розсікти» його сімейством ізохор (*рис. 315*). Оскільки нахил ізохор тим більший, чим менший об'єм газу (це випливає з рівняння Клапейрона і умови $V = \text{const}$ для ізохорного процесу), то очевидно, що в стані, зображеному точкою 1, об'єм газу мінімальний, а в стані 2 — максимальний. Таким чином, на ділянці циклу 1–2 об'єм газу зростає, а на ділянці 2–1 — зменшується.

2.183. Згідно з першим законом термодинаміки,

$$Q = \Delta U + A. \tag{1}$$

Зміни внутрішньої енергії ΔU одноатомного ідеального газу:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1).$$

Рівняння Клапейрона для початкового і кінцевого об'ємів запишуться:

$$p_1 V_1 = \nu RT_1 \text{ і } p_2 V_2 = \nu RT_2.$$

Враховуючи, що $p_1 = \frac{V_1}{\alpha}$ і $p_2 = \frac{V_2}{\alpha}$, для ΔU дістанемо:

$$\Delta U = \frac{3}{2}\left(p_2V_2 - p_1V_1\right) = \frac{3}{2\alpha}\left(V_2^2 - V_1^2\right). \qquad (2)$$

Робота процесу A чисельно дорівнює плющі фігури, обмеженої графіком $p(V)$ і лініями об’ємів V_2 і V_1 (*рис. 316*).

$$A = \frac{\left(p_1 + p_2\right)\left(V_2 - V_1\right)}{2} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2\alpha}.$$

Підставивши (2) і (3) в (1) з урахуванням умови $Q = nU_1$, дістанемо:

$$n\frac{3V_1^2}{2\alpha} = \frac{3\left(V_2 - V_1\right)^2}{2\alpha} + \frac{V_2^2 - V_1^2}{2\alpha}.$$

Звідси

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3 + \sqrt{1 + 12n}}{4} = 2{,}5.$$

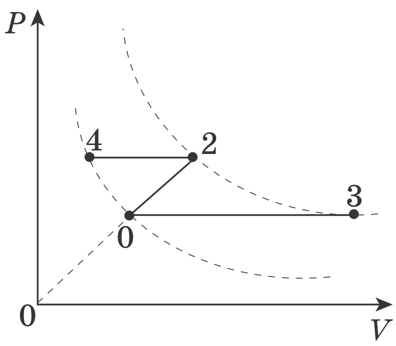

Рис. 314

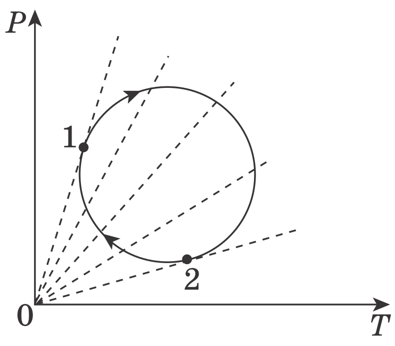

Рис. 315

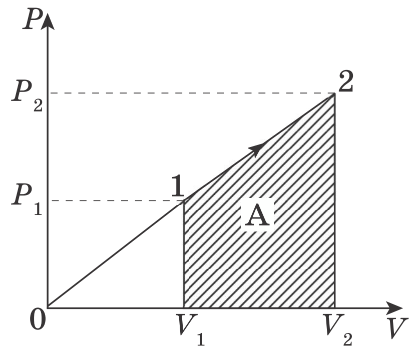

Рис. 316

2.184. Оскільки середня квадратична швидкість дорівнює $v = \sqrt{\frac{3RT}{m_0}}$, вона зміниться в $\alpha = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$ разів, де T_1 і T_2 — початкова і кінцева температури газу. Згідно з першим законом термодинаміки,

$$Q = \Delta U + A = \frac{3}{2}\nu R\left(T_2 - T_1\right) + \left(Mg + p_0S\right)\Delta H,$$

де ΔH — переміщення поршня. З рівняння стану газу:

$$\left(Mg + p_0S\right)h = \nu RT_1; \ \left(Mg + p_0S\right)\Delta H = \nu R\left(T_2 - T_1\right).$$

Тоді остаточно $\alpha = \sqrt{1 + \frac{2Q}{5\left(Mg + p_0S\right)h}}$, або $\alpha \approx 1{,}1$.

2.185. В обох випадках теплота виділяється за рахунок двох факторів. По-перше, змінюється внутрішня енергія газу (кінетична енергія руху молекул), по-друге, виконується робота. Зміна внутрішньої енергії газу в обох випадках однакова, тому що кінетична енергія молекул залежить лише від температури, а зміна температури в обох випадках одна й та сама. Отже, шукана різниця кількості теплоти є різницею робіт, виконаних газом в кожному випадку. При ізохорних процесах робота не виконується, тому $A_1 = p_1\left(V_2 - V_1\right)$, $A_2 = p_2\left(V_2 - V_1\right)$. Шукана різниця:

$$\Delta Q = A_2 - A_1 = \left(p_2 - p_1\right)\left(V_2 - V_1\right), \text{ або } \Delta Q = 4\cdot 10^5 \text{ Дж.}$$

2.186. За умовою задачі кінцева температура газу дорівнює початковій T_0. Це означає, що внутрішня енергія газу не змінилась, а вся підведена кількість теплоти Q пішла на виконання газом роботи A з розширення під час нагрівання при постійному тиску p_0 (при ізохорному охолодженні робота газу дорівнює нулю):

$$Q = A = p_0\left(V - V_0\right) = p_0 V_0\left(\frac{V}{V_0} - 1\right) = RT_0\left(\frac{V}{V_0} - 1\right).$$

Звідси відношення об'ємів дорівнює $\dfrac{V}{V_0} = \dfrac{Q}{RT_0} + 1 \approx 3$, тобто об'єм газу зріс приблизно в три рази.

2.187. Нехай $V_1 = V_3 = V$, $V_2 = 2V$, $p_2 = p_3 = p$. Тоді з умови $T_1 = T_2$ дістанемо, що $p_1 = 2p$. Розглядаючи роботу на ділянці 1–2 як площу заштрихованої на *рис. 317* трапеції:

$$A_{12} = \frac{1}{2}\left(p_2 + p_1\right)\left(V_2 - V_1\right) = \frac{1}{2}\left(p + 2p\right)V = \frac{3}{2}pV$$

і враховуючи очевидне $A_{23} = -pV$, дістанемо: $\dfrac{A_{12}}{A_{23}} = -\dfrac{3}{2}$.

2.188. За означенням, відносна вологість повітря дорівнює $\varphi = \dfrac{p_\text{п}}{p_\text{н}}\cdot 100\,\%$.

Тиск пари $p_\text{п}$ разом з тиском сухого повітря $p_\text{с}$ становлять тиск суміші p: $p_\text{п} + p_\text{с} = p$. З рівняння стану ідеального газу виразимо $p_\text{п}$ і $p_\text{с}$:

$$p_\text{п} = \frac{m_\text{п} RT}{M_\text{п} V}, \quad p_\text{с} = \frac{m_\text{с} RT}{M_\text{с} V}.$$

Враховуючи, що $m_\text{п} + m_\text{с} = m$, остаточно дістанемо:

$$\varphi = \frac{p\text{V}M_\text{с} - mRT}{p_\text{н} V\left(M_\text{с} - M_\text{п}\right)}\cdot 100\,\%.$$

2.189. Масу водяної пари, яка міститься в довільному об'ємі V, знайдемо з рівняння Клапейрона:

$$m_1 = \frac{M\varphi_1 p_{\text{н}_1} V}{RT_1\cdot 100\%}, \quad m_2 = \frac{M\varphi_2 p_{\text{н}_2} V}{RT_2\cdot 100\%},$$

де M — молярна маса води. Поділивши першу рівність на другу, дістанемо:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\varphi_1 p_{\text{н}_1} T_1}{\varphi_2 p_{\text{н}_2} T_2} = 0{,}3, \quad m_2 > m_1.$$

Отже, маса водяної пари в липні більша, ніж у листопаді.

2.190. Максимальну (при насиченні) масу водяної пари $m_п$ у посудині знайдемо з рівняння Клапейрона: $m_н = \frac{p_н VM}{RT} \approx 59$ г, де $p_н = 1{,}01 \cdot 10^5$ Па — тиск насиченої пари при температурі $t = 100\,°C$, V — об'єм посудини, $T = 373$ К — температура пари. З нерівності $m_н < m$ випливає, що випаровується не вся вода.

2.191. Очевидно, що «холодильна» машина працює за принципом, оберненим до принципу роботи теплової машини. ККД ідеального циклу дорівнює $\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ (в нашому випадку $T_1 = 293$ К і $T_2 = 263$ К). Для приготування $m = 1$ кг льоду з води, взятої при кімнатній температурі, потрібно відвести кількість теплоти $Q_2 = cm(T_1 - T_0) + \lambda m$, де $T_0 = 273\ K$ — температура танення льоду. При цьому затрати електроенергії складуть:

$$W = Q_1 - Q_2 = Q_2\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right) = \left[cm(T_1 - T_0) + \lambda m\right]\left(\frac{T_1}{T_2} - 1\right), \text{ або } W = 13{,}24 \text{ Вт} \cdot \text{год}.$$

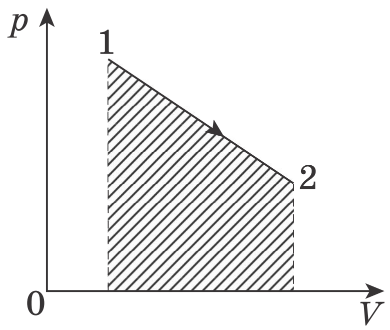

Рис. 317