2.1. Відстань між електропотягами $s = v\Delta t$. З другого боку, ця відстань при зустрічі потягів проходиться за час τ зі швидкістю $v+u$, де u — швидкість зустрічного потяга, тобто $s = (v+u)\tau$. Прирівнявши праві частини рівностей для s $v\Delta t = (v+u)\tau$, дістанемо

$$u = \frac{v(\Delta t - \tau)}{\tau}, \text{ або } u = 36\ \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

2.2. Під час руху потягів назустріч одне одному зустрічний потяг відносно пасажира рухається зі швидкістю $v_1 + v_2$. Довжина цього потяга, очевидно, дорівнює $l = (v_1 + v_2)t$, або $l = 490$ м.

Під час руху потягів в одному напрямку пасажир рухається відносно другого потяга зі швидкістю $v_1 - v_2$. Час його руху, очевидно, дорівнює

$$\tau = \frac{l}{v_1 - v_2}, \text{ або } \tau = 98 \text{ с}.$$

2.3. Коли б електрички мали однакову швидкість, то точка зустрічі перших вагонів була б і точкою розходження останніх. Оскільки швидкість другої електрички v_2 більша, то вона за час t пройде більшу відстань і точка розходження зміститься на відстань d. Очевидно, за час від зустрічі електричок і до їх розходження перша електричка проходить відстань $L-d$, а друга — $L+d$. Прирівняємо час руху електричок від моменту їх зустрічі і до розходження:

$$\frac{L-d}{v_1} = \frac{L+d}{v_2}, \text{ звідси } v_2 = v_1\frac{L+d}{L-d}, \text{ або } v_2 = 60\ \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

2.4. Звук від заднього човна поширюється до переднього човна з відносною швидкістю $u-v$, у зворотному напрямі — з відносною швидкістю $u+v$. Повний час, затрачений на проходження сигналу туди й назад, дорівнює:

$$t = \frac{l}{u-v} + \frac{l}{u+v} = \frac{2lu}{u^2 - v^2}.$$

2.5. Потяг відносно велосипедиста рухається зі швидкістю $v_п - v$ і за час t обганяє велосипедиста, тобто проходить відстань l. Тоді можна записати рівняння $l = (v_п - v)t$, звідси $v_п = \frac{l}{t} + v$, або $v_п = 80\ \frac{км}{год}$.

2.6. У системі відліку, зв'язаній із землею, рівняння руху трамваїв записується: $s = (v-u)t_1$, $s = (u+v)t_2$, $s = vt$, де v — швидкість трамвая відносно землі, u — швидкість людини відносно землі. Виключивши з цих трьох рівнянь величини s, u, v, дістанемо $t = \frac{2t_1t_2}{t_1+t_2}$, або $t = 5$ хв 50 с.

2.7. Теплоходи наближаються одне до одного зі швидкістю $v_1 + v_2$ і зустрічаються через час $t = \frac{s}{v_1+v_2}$. Стільки ж часу плаває дельфін і пропливає відстань $l = vt = s\frac{v}{v_1+v_2}$.

2.8. Хлопчики наближаються один до одного зі швидкістю $v_1 + v_2$. Час, за який відстань між хлопчиками скоротиться від l_1 до l_2, дорівнює $t = \frac{l_1 - l_2}{v_1+v_2}$. Цей час м'яч перебував у польоті, літаючи зі швидкістю v_3. Пролетів м'яч відстань $s = (l_1 - l_2)\frac{v_3}{v_1+v_2}$.

2.9. У першому випадку людина рухається в напрямку руху ескалатора, тож рівняння її руху запишеться $L = (v+u)t_1$. В іншому випадку людина рухається проти руху ескалатора, і рівняння її руху запишеться $L = (v-u)t_2$. Виходячи з цих двох рівнянь, дістанемо: $v = L\frac{t_1+t_2}{2t_1t_2}$, або $v = 1{,}5\ \frac{м}{с}$, $u = L\frac{t_2-t_1}{2t_1t_2}$, або $u = 0{,}5\ \frac{м}{с}$.

2.10. Швидкість потяга A відносно потяга B у першому випадку дорівнює $v_1 - v_2$. За час t_1 потяг A проходить відстань, що дорівнює сумі довжин потягів, тому рівняння руху потяга A запишеться $l_1 + l_2 = (v_1 - v_2)t_1$. В іншому випадку відносна швидкість потяга A дорівнює $v_1 + v_2$, і рівняння матиме вигляд $l_1 + l_2 = (v_1 + v_2)t_2$. З цих двох рівнянь знаходимо:

$$v_1 = \frac{(l_1+l_2)(t_1+t_2)}{2t_1t_2};\ v_2 = \frac{(l_1+l_2)(t_1-t_2)}{2t_1t_2}.$$

2.11. Потяг рухається зі швидкістю $v = 20\ \frac{м}{с}$. Час, за який куля зміститься на 6 см, буде

$$t = \frac{0{,}6\ м}{20\ \frac{м}{с}} = 0{,}003\ с.$$

За цей час куля пролітає відстань $d = 2{,}7$ м. Отже, швидкість кулі $u = \dfrac{2{,}7\ \text{м}}{0{,}003\ \text{с}} = 900\ \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$.

2.12. Згідно з означенням середньої швидкості,

$$v = \frac{l}{t_1 + t_2} = \frac{l}{\dfrac{l}{2v_1} + \dfrac{l}{2v_2}} = \frac{1}{\dfrac{1}{3v_2} + \dfrac{1}{2v_2}} = \frac{6}{5} v_2 ,$$

звідки $v_2 = \dfrac{5}{6} v$ і $v_1 = 1{,}5 v_2 = \dfrac{5}{4} v$.

2.13. Позначимо шлях, пройдений велосипедистом вгору і згори, через s. Тоді час, затрачений на рух вгору, дорівнюватиме $t_1 = \dfrac{s}{v_1}$, а згори — $t_2 = \dfrac{s}{v_2}$. На весь шлях вгору і згори буде затрачено час $t = t_1 + t_2 = \dfrac{s}{v_1} + \dfrac{s}{v_2}$, звідси середня швидкість

$$v_\text{с} = \frac{2s}{t} = \frac{2s}{\dfrac{s}{v_1} + \dfrac{s}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}, \text{ або } v_\text{с} = 8\ \frac{\text{км}}{\text{год}} .$$

2.14. Згідно з визначенням середньої швидкості,

$$v = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{\dfrac{s_1}{v_1} + \dfrac{s_2}{v_2} + \dfrac{s_3}{v_3}} = \frac{s v_1 v_2 v_3}{s_1 v_2 v_3 + s_2 v_1 v_3 + s_3 v_1 v_2}, \text{ або } v \approx 11{,}12\ \frac{\text{м}}{\text{с}} .$$

2.15. Згідно з визначенням, середня швидкість першого потяга була

$$v_{\text{с}_1} = \frac{s}{t} = \frac{s}{\dfrac{\frac{1}{2}s}{v_1} + \dfrac{\frac{1}{2}s}{v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}, \text{ або } v_{\text{с}_1} \approx 53{,}3\ \frac{\text{км}}{\text{год}} .$$

Середня швидкість другого електропотяга

$$v_{\text{с}_2} = \frac{v_1 \dfrac{1}{2} t + v_2 \dfrac{1}{2} t}{t} = \frac{v_1 + v_2}{2}, \text{ або } v_{\text{с}_2} = 60\ \frac{\text{км}}{\text{год}} .$$

Більше часу затратить перший електропотяг.

2.16. У воду занурена частина крижини об'ємом $V - V_\text{н}$. На неї діє виштовхувальна сила $\rho g \left(V - V_\text{н}\right)$. Ця сила дорівнює вазі всієї крижини $\rho_\text{л} g V$, тобто умова плавання крижини запишеться $\rho g \left(V - V_\text{н}\right) = \rho_\text{л} g V$, звідки $V = V_\text{н} \dfrac{\rho}{\rho - \rho_\text{л}}$, або $V = 200\ \text{м}^3$.

2.17. На кулю діє сила тяжіння ρVg і виштовхувальна сила $\rho_в \frac{1}{2}Vg$. Різниця цих сил дорівнює силі тиску кулі на дно басейна $\frac{1}{2}pgV$, тобто $\rho Vg - \rho_в \frac{1}{2}Vg = \frac{1}{2}\rho Vg$, звідки $\rho = \rho_в$ або $\rho = 1000\ \frac{кг}{м^3}$.

2.18. При однаковій масі залізна кулька матиме менший об'єм, оскільки густина заліза значно більша. Тому у воді на залізну кульку діятиме менша виштовхувальна сила, і вона перетягне фарфорову кульку.

2.19. На баржу може діяти максимальна виштовхувальна сила ρgV. Підіймальна сила баржі $F = (\rho V - M)g = 300$ (кН). Баржа може підняти ще близько 30 т, тобто один контейнер.

2.20. При повному виході батискафа з води на нього не діятиме виштовхувальна сила, і вага батискафа зросте на ρgV. Це призведе до занурення платформи на таку глибину h, щоб вага витісненої води дорівнювала ρgV, тобто $\rho hSg = \rho gV$, звідки $h = \frac{V}{S}$, або $h = 4$ см.

2.21. Вага тіла в повітрі $P = \rho gV$, а у воді $P_1 = (\rho - \rho_0)gV$. Поділивши перше рівняння на друге $\frac{P}{P_1} = \frac{\rho}{\rho - \rho_0}$, дістанемо $\rho = \frac{P}{P - P_1}\rho_0$.

2.22. На зливок у воді діє архімедова сила $F_A = P_1 - P_2$, так що об'єм зливка $V = \frac{P_1 - P_2}{\rho_в}$, де $\rho_в$ — густина води. Об'єм, що його займає метал з густиною ρ_1, позначимо через X, об'єм, що його займає другий метал,— через $(V - X)$. Вага зливка в повітрі:

$$P_1 = \rho_1 gX + \rho_2 g(V - X) = \rho_1 gX + \rho_2 g\left(\frac{P_1 - P_2}{\rho_в g} - X\right),$$

звідки

$$X = \frac{\rho_2(P_1 - P_2) - \rho_в P_1}{\rho_в g(\rho_2 - \rho_1)},\ V - X = \frac{\rho_1(P_2 - P_1) + \rho_в P_1}{\rho_в g(\rho_2 - \rho_1)}.$$

Вага кожного з металів дорівнює відповідно $\rho_1 gX$ і $\rho_2 g(V - X)$. Сумарна вага, очевидно, дорівнює P_1.

2.23. Треба визначити густину речовини деталей і порівняти їх між собою. Якщо в деталі є раковини, то її густина буде меншою за густину речовини деталі без раковин. За допомогою мензурки треба визначити об'єми V_1 і V_2 деталей, а за допомогою терезів — їх вагу P_1 і P_2. Густина металу деталей буде $\rho_1 = \frac{P_1}{gV_1}$ і $\rho_2 = \frac{P_2}{gV_2}$. Якщо $\rho_1 = \rho_2$, то раковин у деталі немає.

2.24. Оскільки $m_1 > m_2$, а розміри і маси поршнів, склянок і води в склянках однакові, то лівий поршень зміститься вниз, а правий настільки ж підніметься вгору. Рівновага системи настане тоді, коли тиск води в циліндрах на однакових рівнях буде однаковим. Розглянемо тиск у циліндрах на рівні нижнього краю лівого циліндра.

Тиск у лівому циліндрі на цьому рівні дорівнює $\frac{(m+m_1)g}{S}$, а в правому циліндрі дорівнює $\frac{(m+m_2)g}{S}+\rho_в gh$, де $\rho_в$ — густина води, m — загальна маса поршня, склянки і води в склянці. Отже,

$$\frac{(m+m_1)g}{S}=\frac{(m+m_2)g}{S}+\rho_в gh.$$

Розв'язавши це рівняння відносно h, знайдемо, що $h=\frac{m_1-m_2}{\rho_в S}$.

2.25. При заповненні аеростата газом з густиною ρ_1 підіймальна сила $F_1=(\rho_п-\rho_1)gV-P$, де $\rho_п$ — густина повітря, V — об'єм аеростата, заповненого газом. Звідси $V=\frac{F_1+P}{g(\rho_п-\rho_1)}$.

При заповненні аеростата газом із густиною ρ_2 підіймальна сила

$$F_2=(\rho_п-\rho_2)gV-P=\frac{(\rho_п-\rho_2)(F_1+P)}{\rho_п-\rho_1}-P=\frac{\rho_п-\rho_2}{\rho_п-\rho_1}F_1-\frac{\rho_2-\rho_1}{\rho_п-\rho_1}P.$$

2.26. У плаваючого бруска центр ваги лежить вище точки прикладання виштовхувальної архімедової сили F_A, оскільки остання прикладена до центра ваги зануреної частини (*рис. 268 а*). Тому незначне відхилення бруска від вертикалі призводить до появи обертального моменту пари сил, який повертає брусок в горизонтальне положення. Таким чином, вертикальне положення є нестійким. Що стосується горизонтального положення, то коли ми виведемо з нього брусок, відхиливши його на малий кут α, поряд з парою сил mg і F_A з'явиться пара F_1, F_2 (*рис. 268 б*), яка прагнутиме повернути брусок в рівноважне горизонтальне положення. Сили F_1, F_2 виникають за рахунок заштрихованих об'ємів і пропорційні площам заштрихованих трикутників, тобто пропорційні $\frac{1}{2}L\cdot\frac{l\alpha}{2}$. Їхні плечі дорівнюють приблизно $\frac{1}{3}l$ кожне. Оскільки товщина бруска дорівнює a, то момент пропорційний $al^3\alpha$.

Сили F_A і mg пропорційні a^2l, а їхні плечі пропорційні $a\alpha$, так що момент пропорційний $a^3l\alpha$. Відношення обох моментів пропорційне $\frac{l^2}{a^2}$, тобто значно більше за одиницю. Тому рівновага стійка.

2.27. Максимальна виштовхувальна сила (при повному зануренні круга) повинна дорівнювати сумі підіймальної сили $F_п$ і сили тяжіння $P = mg$ рятувального круга: $F_в = F_п + P$. Тут $F_в = \rho g V_к$, де об'єм коркового круга $V_к = \dfrac{m}{\rho_к}$. Отже, $F_в = mg\dfrac{\rho}{\rho_к}$. Підставимо цей вираз для виштовхувальної сили в перше рівняння: $mg\dfrac{\rho}{\rho_к} = F_п + mg$. Звідси $F_п = mg\left(\dfrac{\rho}{\rho_к} - 1\right)$, або $F_п = 30\text{ Н}$.

2.28. Оскільки залежність деформації вантажу (по вертикалі) від значення діючої на нього сили лінійна, то робота сили тиску великого поршня $A = F_с \Delta h$, де $F_с = \dfrac{1}{2}\left(F_{max} + F_{min}\right)$ — середня сила тиску більшого поршня. Мінімальна сила тиску $F_{min} = mg$, максимальна $F_{max} = F + mg$. Тому $F_с = mg + \dfrac{1}{2}F$. Виконана пресом робота $A_п = \dfrac{A}{\eta} = \dfrac{F_с \Delta h}{\eta} = \left(mg + \dfrac{1}{2}F\right)\dfrac{\Delta h}{\eta}$, або $A_п \approx 514$ кДж. Середня потужність преса $P_с = \dfrac{A_п}{t}$, або $P_с \approx 17$ кВт. Оскільки потужність преса пропорційна силі, що діє на вантаж, то найбільшу потужність преса можна знайти із співвідношення $\dfrac{P_{max}}{P_c} = \dfrac{F_{max}}{F_с}$:

$$P_{max} = P_с \frac{F_{max}}{F_с} = P\frac{F + mg}{mg + \frac{1}{2}F} \text{ або } P \approx 23{,}6 \text{ кВт.}$$

Висота, на яку підніметься більший поршень за один хід малого поршня, $h_1 = H\dfrac{S_1}{S_2}$. Тому число ходів, яке повинен зробити малий поршень, дорівнює $n = \dfrac{\Delta h}{h_1} = \dfrac{\Delta h}{H}\cdot\dfrac{S_2}{S_1}$, або $n = 150$ ходів.

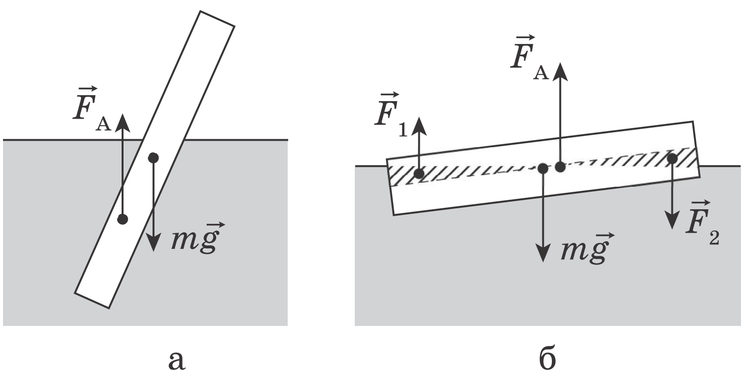

Рис. 268

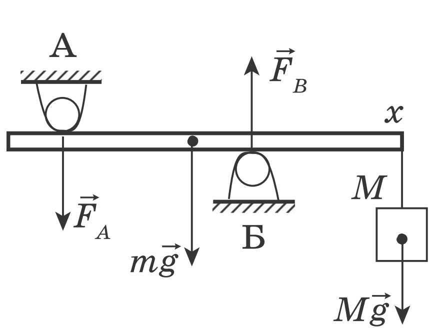

Рис. 269

2.29. При $F < F_{min}$ балка перевернеться, а при $F > F_{max}$ правий край балки підніматиметься. Запишемо правило моментів сил для цих випадків:

$$F_{\min}(L-l)=m\left(\frac{L}{2}-l\right)g \text{ і } F_{\max}L=\frac{1}{2}mLg.$$

Звідси

$$\frac{F_{\max}}{F_{\min}}=\frac{L-l}{L-2l}, \text{ або } \frac{F_{\max}}{F_{\min}}=\frac{5}{4}.$$

2.30. Сила тиску на ролик Б дорівнює $F_Б=(m+M)g+F_А$. Для зменшення $F_Б$ слід зменшувати силу $F_А$ (гранично — до 0), а балку розмістити так, щоб при $F_А=0$ вона перебувала в рівновазі (*рис. 269*). Тоді $F_0=(m+M)g$, звідки $M=\frac{F_0}{g}-m$. Розміщення балки визначимо з правила моментів сил:

$$Mgx=mg\left(\frac{1}{2}L-x\right), \text{ звідки } x=\frac{1}{2}L\frac{m}{m+M}.$$

Обмеження на L є неістотним.

2.31. Загальна вага людини і платформи дорівнює $9{,}8\,\frac{Н}{кг}\cdot 90\text{ кг}\approx 900$ Н. Ця вага розподіляється на 4 вірьовки. Натяги в d і c вірьовках розподіляються порівну, і сила натягу, яка діє на кожну з них, дорівнюватиме 450 Н. Сили натягу, які діють на ділянках a і b вірьовки, рівні між собою і дорівнюють $\frac{450}{2}$ Н. Отже, людина повинна тягнути вірьовку з силою 225 Н. Сила тиску на платформу дорівнює різниці між вагою людини і силою натягу вірьовки, за яку вона тягне, тобто 600 Н — 225 Н = 375 Н. Легко підрахувати, що максимальна маса платформи дорівнює потрійній масі людини: $3\cdot 60 : 3 = 180 : 3$.

2.32. Загальна потужність, яку розвивають двигуни автомобіля,— $P=P_1+P_2$ або $P=(F_1+F_2)v$, де F_1 — сила опору рухові першого автомобіля, F_2 — сила опору рухові другого автомобіля, v — спільна швидкість, з якою рухатимуться автомобілі. При рівномірному русі сила опору зрівноважується силою тяги автомобілів. Оскільки $P_1=F_1v_1$, а $P_2=F_2v_2$, то $F_1=\frac{P_1}{v_1}$ і $F_2=\frac{P_2}{v_2}$. Підставивши значення у формулу для P, дістанемо

$$P=\left(\frac{P_1}{v_1}+\frac{P_2}{v_2}\right)v, \text{ звідки } v=\frac{(P_1+P_2)v_1v_2}{P_1v_2+P_2v_2}, \text{ або } v=12{,}5\,\frac{м}{с}.$$

2.33. Робота з підняття дерев'яної кульки дорівнює: $A_1=(F_А-P_1)H$, де $F_А$ — архімедова сила, P_1 — вага кульки, H — глибина, з якої кульки почали випливати. Робота з підняття коркової кульки $A_2=(F_А-P_2)H$, де P_2 — її вага. Оскільки об'єми кульок однакові і дорівнюють V, то попередні рівняння для роботи можна записати так: $A_1=(F_А-\rho_д gV)H$, $A_2=(F_А-\rho_к gV)H$. Оскільки $\rho_д>\rho_к$, то $A_1<A_2$.