

Закон Кулона

183. Дві однакові металеві кульки заряджені однойменними зарядами так, що $q_2=3q_1$, знаходяться на деякій відстані одна від одної. Кульки приводять в дотик. У скільки разів потрібно змінити відстань між кульками, щоб сила взаємодії кульок залишилася такою ж самою? (2012 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Згідно умови задачі $F_1 = F_2 = F$. Після взаємодії заряди стануть однаковими: $q = \frac{3q_1 + q_1}{2} = 2q_1$. Запишемо

закон Кулона для двох випадків. Отримаємо: $F_1 = k \frac{3q_1^2}{r_1^2}$; $F_2 = k \frac{2q_1 \cdot 2q_1}{r_2^2} = \frac{4q_1^2}{r_2^2}$; $r_1^2 = \frac{k3q_1^2}{F}$; $r_2^2 = \frac{k4q_1^2}{F}$. Тоді

$$\frac{r_2}{r_1} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

184. Дві нерухомі кульки, заряди яких становлять $q_1=0,2$ мкКл і $q_2=2q_1$ знаходяться на деякій відстані одна від одної. Кульки привели в дотик і відвели на ту ж відстань. Як змінилася сила кулонівської взаємодії? (2014 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Кулонівська сила в першому випадку. $F_1 = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$. Після дотику заряди кульок рівні: $q = \frac{q_1 + q_2}{2}$. Тоді

кулонівська сила $F_2 = k \frac{q^2}{r^2}$. $\frac{F_2}{F_1} = \frac{q^2}{q_1 q_2}$. Підставивши дані, отримаємо, що $\frac{F_2}{F_1} = \frac{9}{8}$. Але можна зробити задачу в

загальному вигляді. $\frac{F_2}{F_1} = \frac{(q_1 + q_2)^2}{4q_1 q_2} = \frac{q_1^2 + 2q_1 q_2 + q_2^2}{4q_1 q_2} = \frac{q_1}{4q_2} + \frac{1}{2} + \frac{q_2}{4q_1}$. Оскільки $q_2=2q_1$, то $\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{9}{8}$.

Отже значення заряду в умові зайве.

185. На шовковій нитці висить металева кулька масою 1 г, що має заряд 0,4 мкКл. Під нею на відстані 30 см по вертикалі знаходиться така ж за розмірами, але не заряджена кулька. Ці кульки на короткий час з'єднали провідником. Як змінилась сила натягу нитки після того як провідник забрали? $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. (2010 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Сила натягу нитки $F_1 = mg = 10 \cdot 10^{-3}$ Н. Після з'єднання кульок їхні заряди

стали по 0,2 мкКл. Кулонівська сила взаємодії $F_k = k \frac{q^2}{r^2} = 4 \cdot 10^{-3}$ Н. Кульки

відштовхуються, отже сила натягу $F_2 = F_1 - F_k = 6 \cdot 10^{-3}$ Н.

186. Однакові кульки масою по 0,2 г підвісили на нитках. Відстань між кульками АВ=30 см. Визначити силу натягу нитки на ділянці АВ, якщо кулькам надали однакові за модулем різнойменні заряди по 100 нКл. Яка сила натягу нитки на ділянці АО? $k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}$. (2015 р.

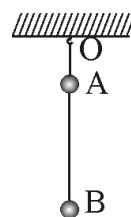
III е. 9 к.)

Розв'язок

На кульку В діє сила тяжіння mg вертикально вниз, кулонівська сила відштовхування F_k вертикально вниз, оскільки заряди однойменні і сила натягу нитки T вертикально вгору. Кулька знаходиться в рівновазі, тому

можемо записати: $T = mg + F_k$ (1). $F_k = k \frac{q^2}{r^2} = 10^{-3}$ Н, $mg = 2 \cdot 10^{-3}$ Н. Отже сила натягу на ділянці АВ: $T = 3 \cdot 10^{-3}$ Н.

Розглянемо сили, які діють на кульку А. Сила тяжіння mg вертикально вниз, кулонівська сила відштовхування F_k вертикально вгору, оскільки заряди однойменні, сила натягу T нитки АВ вертикально вниз і шукана сила натягу T_1 нитки АО вертикально вгору. Кулька знаходиться в рівновазі, тому можемо записати $T_1 = mg + T - F_k$. Після підстановки виразу (1) отримаємо $T_1 = 2mg = 4 \cdot 10^{-3}$ Н.



187. Заряди +40 нКл і -10 нКл розташували на відстані 10 см один від одного. Який треба взяти третій заряд і де треба його розташувати, щоб система перебувала в рівновазі? (2011 р. III е. 9 к.)

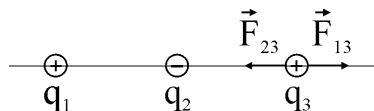
Розв'язок

Однозначно цей заряд повинен розташовуватися на лінії, яка з'єднує заряди і не може бути розташований між зарядами.

Нехай третій заряд позитивний. Щоб система перебувала в рівновазі, тобто рівнодійна сил, що діють на будь-який із зарядів була рівною нулю, третій заряд повинен бути розташований поблизу негативного заряду.

а) Сили, які діють на третій заряд з боку

рівними: $F_{13} = F_{23}$. За законом Кулона:



першого і другого повинні бути

$$F_{13} = \frac{kq_1q_3}{R_{13}^2}, \quad F_{23} = \frac{kq_2q_3}{R_{23}^2}.$$

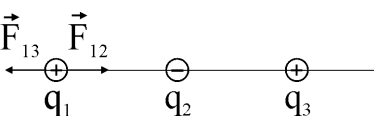
$$\frac{kq_1q_3}{R_{13}^2} = \frac{kq_2q_3}{R_{23}^2}.$$

Підставивши значення q_1 q_2 , отримаємо: $\frac{40 \text{ нКл}}{R_{13}^2} = \frac{10 \text{ нКл}}{R_{23}^2}$, $\frac{2}{R_{13}} = \frac{1}{R_{23}}$; $2R_{23} = R_{13}$. Це співвідношення вказує

на те, що третій заряд має бути саме позитивним і розміщуватись так, як зображено на малюнку. З малюнка бачимо: $R_{13} = R_{12} + R_{23}$, $2R_{23} = R_{12} + R_{23}$, $R_{23} = R_{12} = 10 \text{ см}$.

б) Запишемо тепер умову рівноваги, $\vec{F}_{13} \vec{F}_{12}$ наприклад, для першого заряду:

$$F_{12} = F_{13}. \text{ За законом Кулона: } F_{12} = \frac{kq_1q_2}{R_{12}^2},$$



$$F_{13} = \frac{kq_1q_3}{R_{13}^2}. \quad q_3 = \frac{R_{13}^2}{R_{12}^2} q_2,$$

$$q_3 = 4q_2 = 40 \text{ нКл}.$$

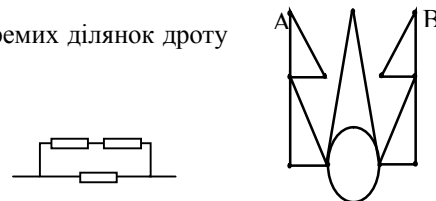
Закон Ома для ділянки кола. Розрахунок електричних кіл

188. Розрахуйте опір R_{AB} фігури, скрученої з дроту за умови, що опір окремих ділянок дроту між з'єднаннями дорівнює R . (2002 р. II е. 9 к.)

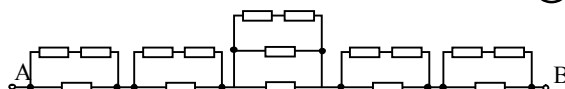
Розв'язок

Еквівалентне коло:

Як видно з рисунка еквівалентне коло складається з таких ділянок:

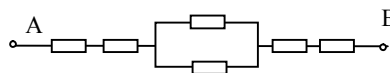


Знайдемо опір ділянки: $R_1 = \frac{2R}{3}$, тоді еквівалентне коло матиме вигляд:



Або:

$$\text{Звідси } R_{AB} = 4R_1 + \frac{R_1 R}{R_1 + R} = \frac{46}{15} R.$$



189. До дротяного кільця в двох точках приєднано підвідні проводи. В якому відношенні ділять точки приєднання довжину кола кільця, якщо загальний опір утвореного електричного кола в 4,5 рази менший від опору дроту, з якого зроблене кільце. (2005 р. II е. 9 к.)

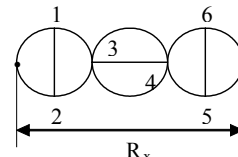
Розв'язок

Після під'єднання проводів кільце можна розглядати, як два паралельно з'єднані опори $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$. Опір

всього дроту $R_1 + R_2$. Згідно умови задачі $4,5 \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R_1 + R_2$. Звідси $(R_1 + R_2)^2 = 4,5 R_1 R_2$;

$$1 + \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 - 2,5 \left(\frac{R_2}{R_1}\right) = 0. \text{ Розв'язавши квадратне рівняння, отримаємо, що } \frac{R_2}{R_1} = 2, \text{ а}$$

$$\text{отже і } \frac{l_2}{l_1} = 2.$$



190. З дротини опором $R_0 = 4,14 \text{ Ом}$ виготовили три однакові кільця з діаметральними перемичками. Кільця з'єднані між собою, як показано на малюнку. Визначте опір такої системи. (2005 р. II е. 9 к.)

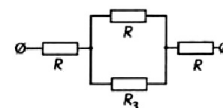
Розв'язок

Еквівалентна схема кола:

З міркувань симетрії резистори R_1 та R_2 можна викинути. Визначимо опір одиниці довжини провідника:

$$r = \frac{R_0}{3(2\pi l + 2l)} = \frac{R_0}{6l(\pi + 1)}, \text{ де } l \text{ - радіус кола. Знайдемо опори } R \text{ та } R_3.$$

$$R = r \frac{\pi l}{2} = \frac{\pi R_0}{12(\pi + 1)}, \quad R_3 = 2r l = \frac{R_0}{3(\pi + 1)}. \text{ Тоді опір електричного кола}$$

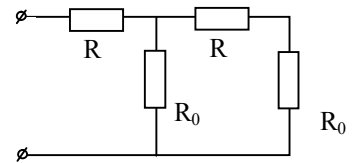


$$R_x = 2R + \frac{RR_3}{R+R_3} = R_0 \frac{2\pi(\pi+6)}{12(\pi+1)(\pi+4)} = 0,67 \text{ Ом}.$$

191. Яким повинен бути опір R (мал.2), щоб загальний опір кола був R_0 ? (2002 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Загальний опір даного кола $\frac{(R_0 + R) \cdot R_0}{2R_0 + R} + R$. Згідно з умовою він



повинен дорівнювати R_0 . Після спрощень отримаємо квадратне рівняння $R^2 + 2R_0R - R_0^2 = 0$, звідки $R = R_0(\sqrt{2} - 1)$.

192. З однорідної дротини довжиною l і поперечним перерізом S виготовили квадрат з однією діагоналлю. Визначити опір квадрата при підключенні його різними вершинами. Питомий опір матеріалу дротини ρ . (2002 р. з. 10 к.)

Розв'язок

Опір всієї дротини $R = \rho \frac{l}{S}$. Діагональ d із стороною a зв'язані

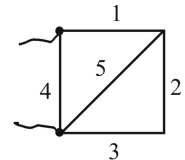
співвідношенням: $d = a\sqrt{2}$. Тоді $a(\sqrt{2} + 4) = l$, опір сторони $R_1 = \frac{\rho l}{S(\sqrt{2} + 4)}$.

Опір діагоналі $R_2 = R_1 \cdot \sqrt{2}$.

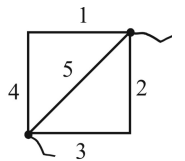
Розглянемо різні випадки під'єднання.

а) Ділянки 2 і 3 з'єднані послідовно: $R_{2,3} = 2R_1$. Діагональ до них під'єднана паралельно:

$R_{2,3,5} = \frac{2R_1 \cdot R_2}{2R_1 + R_2}$. Ділянка 1 під'єднана послідовно: $R_{1,2,3,5} = \frac{2R_1^2 + 3R_1R_2}{2R_1 + R_2}$. Ділянка 4



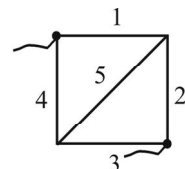
під'єднана паралельно: $R_{заг.} = \frac{2R_1^3 + 3R_1^2R_2}{4R_1^2 + 4R_1R_2} = \frac{\rho l}{S(\sqrt{2} + 4)} \cdot \frac{(2 + 3\sqrt{2})}{4 + 4\sqrt{2}}$.



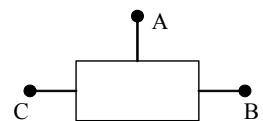
б) Ділянки 1,4 та ділянки 2,3 з'єднані послідовно: $R_{1,4} = R_{2,3} = 2R_1$. Між собою вони з'єднані паралельно: $R_{1,2,3,4} = R_1$ і з ділянкою 5 - теж паралельно:

$$R_{заг.} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\rho l \cdot \sqrt{2}}{S(\sqrt{2} + 4)(1 + \sqrt{2})}$$

в) Точки, з яких виходить діагональ - це точки рівного потенціалу, тому діагональ для загального опору ролі не грає. Отже, $R_{заг.} = \frac{2R_1}{2} = R_1 = \frac{\rho l}{S(\sqrt{2} + 4)}$.



193. «Чорний ящик» має три клеми А, В, С. Відомо, що в ньому є тільки резистори. Опори «чорного ящика» при підключенні до різних пар клем такі: $R_{AB}=5$ Ом, $R_{BC}=8$ Ом, $R_{AC}=9$ Ом. Запропонуйте схему «чорного ящика», який містить мінімально можливе число резисторів. (2007 р. II е. 9 к.)



Розв'язок

Умову задачі задовільняють лише схеми, показані на малюнках.

Для схеми 1: $R_{AB} = r_1 + r_2$, $R_{BC} = r_2 + r_3$, $R_{AC} = r_1 + r_3 \cdot r_1 = 3$ Ом, $r_2 = 2$ Ом, $r_3 = 6$ Ом.

Для схеми 2:

$$R_{AB} = \frac{R_1(R_2 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (1); \quad R_{BC} = \frac{R_2(R_1 + R_3)}{R_1 + R_2 + R_3} \quad (2); \quad R_{AC} = \frac{R_3(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2 + R_3}$$

(3).

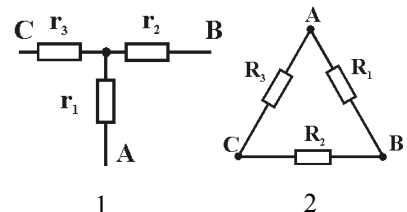
Додавши перші два рівняння і віднявши третє отримуємо:

$$2R_1R_2 = (R_{AB} + R_{BC} - R_{AC})(R_1 + R_2 + R_3) \quad (4).$$

Аналогічно отримаємо вираз для R_2R_3 та R_1R_3 .

$$2R_1R_3 = (R_{AB} + R_{AC} - R_{BC})(R_1 + R_2 + R_3) \quad (5).$$

$$2R_2R_3 = (R_{BC} + R_{AC} - R_{AB})(R_1 + R_2 + R_3) \quad (6).$$



Почленно їх розділивши і підставивши значення R_{AB} , R_{BC} , R_{AC} , знаходимо: $\frac{R_2}{R_1} = 2$, $\frac{R_3}{R_1} = 3$. Виражаючи в будь-якому з рівнянь 4,5,6 R_2 і R_3 через R_1 , знаходимо: $R_1 = 6 \text{ Ом}$, $R_2 = 12 \text{ Ом}$, $R_3 = 18 \text{ Ом}$.

194. Через дріт проходить струм 2 А. Дріт пропустили через волочильний верстат, внаслідок чого його довжина зростає вдвічі. Якою буде сила струму в дроті, якщо його під'єднати до того ж джерела живлення? (2013 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Оскільки дріт пропустили через волочильний верстат і його довжина зростає вдвічі, то площа поперечного перерізу дроту зменшилася вдвічі.

Аналізуючи формулу опору $R = \rho \frac{l}{S}$, робимо висновок, що опір дроту збільшився в 4 рази. Оскільки напруга джерела струму не змінилась, то згідно закону Ома $I = \frac{U}{R}$ збільшення опору в 4 рази призведе до зменшення сили струму в 4 рази. Отже $I_2 = 0,5 \text{ А}$.

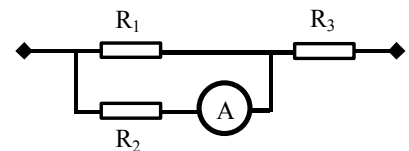
195. Електровимірювальний прилад з ціною поділки 1 мкА має 100 поділок. Як за допомогою цього приладу виміряти напругу 220 В? Внутрішній опір приладу 1 Ом. (2002 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Для вимірювання напруги U послідовно з вимірювальним приладом треба ввести додатковий опір R , який визначимо із співвідношення: $R = \frac{U - Ir}{I} = \frac{U}{I} - r$, де I – значення струму, який можна виміряти приладом,

r – значення опору провідника. $R = \frac{220 \text{ В}}{10^{-4} \text{ А}} - 1 \text{ Ом} = 2199999 \text{ Ом}$.

196. Амперметр у схемі, зображеній на малюнку, показує 0,25 А. Якими будуть покази амперметра, якщо опори R_1 і R_3 поміняти місцями, а напругу залишити незмінною? $R_1 = R_2 = 100 \text{ Ом}$, $R_3 = 200 \text{ Ом}$. (2002 р. II е. 9 к.)



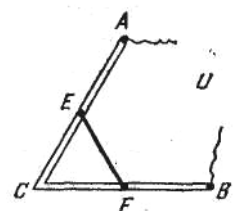
Розв'язок

Знайдемо напругу на кінцях схеми. $U = 0,5 \text{ А} \cdot (50 \text{ Ом} + 200 \text{ Ом}) = 125 \text{ В}$. Коли опори переставимо:

$$R_{\text{заг}} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} + R_1 = \frac{500}{3} \text{ Ом},$$

$I_{\text{заг}} = \frac{U}{R_{\text{заг}}} = 0,75 \text{ А}$. Враховуючи, що в новій схемі $\frac{I_3}{I_2} = \frac{R_2}{R_3}$, визначаємо, що через R_3 йде струм 0,25 А, а через R_2 – струм 0,5 А, отже амперметр показуватиме 0,5 А.

197. Дріт АСВ зігнутий так, що точки А, С і В знаходяться у вершинах правильного трикутника. До середин сторін АС і ВС під'єднана перемичка EF із дроту з вдвічі меншою площею перерізу. До точок А і В прикладено напругу $U=3 \text{ В}$. Знайти спад напруги на перемичці. (2012 р. III е. 9 к.)



Розв'язок

Очевидно, що опори ділянок CE, EA, CF, FB – рівні, оскільки дані провідники мають однакові площі поперечного перерізу і довжину. Позначимо їх R .

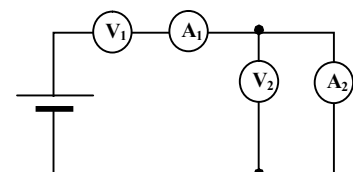
Якщо S – площа поперечного перерізу провідника АСВ, то площа поперечного перерізу перемички $\frac{S}{2}$, а її опір $R_x = 2R$.

Знайдемо загальний опір ділянки EF (R_{EF}): $\frac{1}{R_{EF}} = \frac{1}{R+R} + \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{EF} = R$.

Отже, загальний опір ділянки АВ рівний: $R + R + R = 3R$. Загальна сила струму в колі $I = \frac{U_{\text{заг}}}{R_{\text{заг}}} = \frac{U_{\text{заг}}}{3R}$. Падіння

напруги на ділянці EF і відповідно на перемичці $U_{EF} = I \cdot R = \frac{U_{\text{заг}}}{3R} \cdot R = \frac{U_{\text{заг}}}{3} = 1 \text{ В}$.

198. Схему збирають з батарейки, двох однакових амперметрів і двох однакових вольтметрів. Амперметри A_1 і A_2 показують відповідно, $I_1=1,2 \text{ мА}$ і $I_2=1 \text{ мА}$; вольтметр V_2 показує $U_2 = 0,25 \text{ В}$. Що показує вольтметр V_1 ? Чому дорівнює напруга батареї? (2003 р. III е. 10 к.)

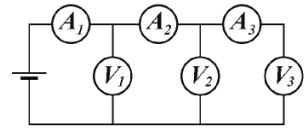


Розв'язок

Опір амперметра A_2 : $R_A = \frac{U_2}{I_2} = 250 \text{ Ом}$. Напряга на амперметрі A_1 : $U_3 = I_1 R_A = 0,3 \text{ В}$. Струм через вольтметр

V_2 : $I = I_1 - I_2 = 0,2 \text{ мА}$. Опір вольтметра V_2 : $R_v = \frac{U_2}{I} = 1250 \text{ Ом}$. Напряга на вольтметрі V_1 : $U_1 = I_1 \cdot R_v = 1,5 \text{ В}$. Напряга батареї $U = U_1 + U_2 + U_3 = 2,05 \text{ В}$.

199. Електрична схема складається з трьох різних амперметрів і трьох однакових вольтметрів. Покази першого амперметра $I_1 = 15 \text{ мА}$, другого – $I_2 = 11 \text{ мА}$, третього – $I_3 = 6 \text{ мА}$. Покази другого вольтметра $U_2 = 10 \text{ В}$. Визначте покази першого і третього вольтметра. (2009 р. III е. 9 к.)

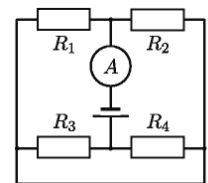


Розв'язок

Через другий вольтметр протікає струм $I_{V2} = I_2 - I_3 = 5 \text{ мА}$. Внутрішні опори вольтметрів однакові:

$R = \frac{U_2}{I_{V2}} = 2 \text{ кОм}$. Через перший вольтметр протікає струм $I_{V1} = I_1 - I_2 = 4 \text{ мА}$. Тоді він показує значення напруги $U_1 = I_{V1} R = 8 \text{ В}$. Через третій вольтметр протікає струм $I_{V3} = I_3 = 6 \text{ мА}$, таким чином $U_3 = I_{V3} R = 12 \text{ В}$.

200. Електричне коло складається з джерела живлення з напругою $U = 4,5 \text{ В}$, ідеального амперметра і чотирьох резисторів з опороми $R_1 = 40 \text{ Ом}$, $R_2 = 60 \text{ Ом}$, $R_3 = 80 \text{ Ом}$, $R_4 = 20 \text{ Ом}$. Що показує амперметр? (2011 р. III е. 9 к.)



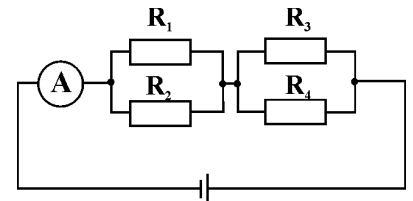
Розв'язок

Дану схему можна замінити еквівалентною:

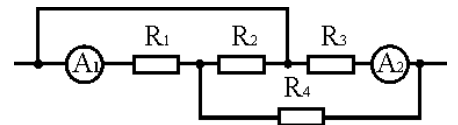
Опір I ділянки: $R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$; $R_{12} = 24 \text{ Ом}$. Опір II ділянки: $R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$;

$R_{34} = 16 \text{ Ом}$. Оскільки обидві ділянки з'єднані послідовно, то загальний опір: $R = R_{12} + R_{34}$. $R = 24 \text{ Ом} + 16 \text{ Ом} = 40 \text{ Ом}$. За законом Ома:

$I = \frac{U}{R}$; $I = \frac{4,5 \text{ В}}{40 \text{ Ом}} = 0,1125 \text{ А} = 112,5 \text{ мА}$.



201. Покази першого амперметра у схемі $I_1 = 0,6 \text{ А}$. Що покаже другий амперметр, якщо значення опорів резисторів відповідно дорівнюють $R_1 = 20 \text{ Ом}$, $R_2 = 30 \text{ Ом}$, $R_3 = 80 \text{ Ом}$, $R_4 = 8 \text{ Ом}$? Визначити загальний опір кола. (2005 р. III е. 9 к.)



Розв'язок

Намалюємо еквівалентну схему:

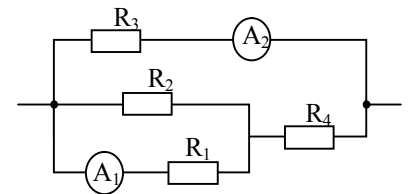
$U_1 = U_2 = U_{1,2} = I_1 \cdot R_1 = 0,6 \text{ А} \cdot 20 \text{ Ом} = 12 \text{ В}$;

$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 0,4 \text{ А}$; $I_{1,2} = I_4 = 0,6 \text{ А} + 0,4 \text{ А} = 1 \text{ А}$.

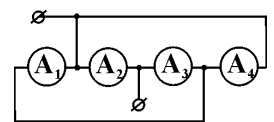
$U_4 = I_4 \cdot R_4 = 1 \text{ А} \cdot 8 \text{ Ом} = 8 \text{ В}$; $U_{\text{зар.}} = U_{1,2} + U_4 = 20 \text{ В}$.

$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{U_{\text{зар.}}}{R_3} = 0,25 \text{ А}$. Це якраз і будуть покази другого амперметра.

$I_{\text{зар.}} = I_3 + I_4 = 0,25 \text{ А} + 1 \text{ А} = 1,25 \text{ А}$. $R_{\text{зар.}} = \frac{U_{\text{зар.}}}{I_{\text{зар.}}} = 16 \text{ Ом}$.

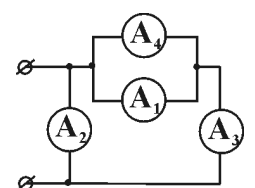


202. З чотирьох однакових амперметрів склали коло, яке під'єднали до джерела з невисокою напругою. Визначте покази кожного амперметра, якщо сума показів всіх амперметрів 49 А . (2016 р. III е. 10 к.)



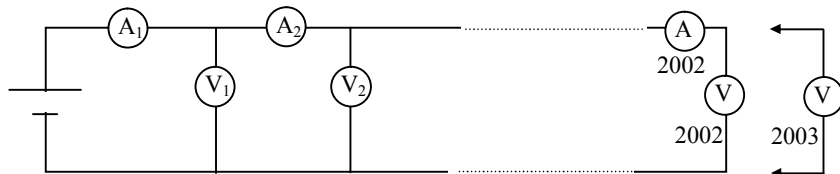
Розв'язок

Зобразимо еквівалентну схему. Оскільки амперметри однакові, то й однакові їхні внутрішні опори. Отже $I_1 = I_4$. Виразимо всі струми через струм I_1 . $I_1 + I_4 = I_3$, або $I_3 = 2I_1$. Для напруг можна записати: $U_{14} = U_1 = U_4$; $U_{14} + U_3 = U_2$. Нехай опір амперметра r . Тоді $I_1 r + I_3 r = I_2 r$, або $I_2 = 3I_1$. Згідно умови $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 7I_1 = 49 \text{ А}$. $I_1 = 7 \text{ А}$. Тоді $I_2 = 21 \text{ А}$, $I_3 = 14 \text{ А}$, $I_4 = 7 \text{ А}$.



203. В електричній схемі ввімкнено 2002 різних амперметри і 2002 однакових вольтметри.

Якщо до останнього вольтметра під'єднати паралельно ще один такий же вольтметр, то він покаже напругу 1,5 В, а покази першого і 2002 амперметра відповідно становитимуть $I_1=100$ мА, $I_{2002}=10$ мА. Знайти загальну суму показів усіх вольтметрів. (2002 р. III е. 9 к.)



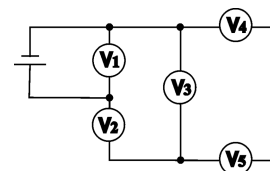
Розв'язок

Оскільки $I_{2002}=10$ мА, то через вольтметри V_{2002} і V_{2003} проходить струм 5 мА. Знаючи напругу, що показує вольтметр V_{2003} , знайдемо його опір: $R = \frac{1,5 \text{ В}}{0,005 \text{ А}} = 300 \text{ Ом}$. Амперметр

I_{2002} показує струм, який проходить через вольтметри V_{2002} і V_{2003} . Аналізуючи послідовно покази амперметрів, приходимо до висновку, що амперметр I_1 покаже струм, який дорівнює сумі всіх сил струмів, що проходять через всі вольтметри.

Тому $\sum U = R(I_{V1} + I_{V2} + \dots + I_{V2003}) = R \cdot I_1 = 30 \text{ В}$.

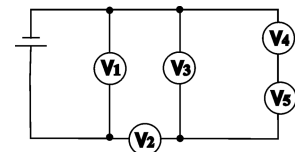
204. Із п'яти однакових вольтметрів, один з яких дає хибні покази, зібрана схема, зображена на малюнку. Покази вольтметрів становлять: $U_1=15 \text{ В}$, $U_2=8 \text{ В}$, $U_3=6 \text{ В}$, $U_4=3 \text{ В}$, $U_5=3 \text{ В}$. Який з вольтметрів несправний і якими повинні бути реальні покази цього вольтметра? (2006 р. III е. 9 к.)



Розв'язок

Перемалюємо схему. $U_3=U_4+U_5$. Перевіряємо умову $6 \text{ В}=3 \text{ В} + 3 \text{ В}$. Умова виконується.

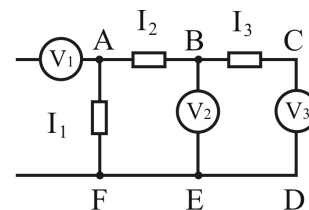
$U_1=U_2+U_3$. $15 \text{ В} = 8 \text{ В} + 6 \text{ В}$ – не виконується. Отже несправний або 1, або 2 вольтметр. Запишемо ще одне рівняння $I_2=I_3+I_{4,5}$, або $\frac{U_2}{R_g} = \frac{U_3}{R_g} + \frac{U_4}{R_g}$; $U_2=U_3+U_4$; 8



$6 \text{ В} = 3 \text{ В} + 3 \text{ В}$ – не виконується.

Бачимо, що другий вольтметр повинен показувати 9 В, тоді всі умови виконуватимуться. Отже, несправний другий вольтметр.

205. Електричне коло, схема якого зображена на малюнку, зібрано з однакових вольтметрів і резисторів. Визначити покази другого вольтметра, якщо покази першого і третього вольтметра відповідно становлять: $U_1=152 \text{ В}$, $U_3=10 \text{ В}$. (2006 р. з. 9 к.)



Розв'язок

$I_3 = \frac{U_3}{r}$ (r – опір вольтметра).

Напруга на ділянці BCD рівна напрузі на BE. Маємо $U_2 = I_3 R + U_3 = U_3 \frac{R}{r} + U_3$ (1), де R – опір резистора.

$I_2 = \frac{U_2}{r} + I_3 = \frac{U_2 + U_3}{r}$. Напруга на ABE рівна напрузі на AF: $I_1 R = U_2 + (U_2 + U_3) \frac{R}{r}$.

$I_1 = \frac{U_1}{r} - I_2 = \frac{U_1 - U_2 - U_3}{r}$. $(U_1 - U_2 - U_3) \frac{R}{r} = U_2 + (U_2 + U_3) \frac{R}{r}$ (2). З рівняння (1) $\frac{R}{r} = \frac{U_2 - U_3}{U_3}$.

$U_2 = (U_1 - 2(U_2 + U_3)) \frac{U_2 - U_3}{U_3}$. $2U_2^2 + (U_3 - U_1)U_2 - 2U_3^2 + U_1U_3 = 0$. Тут доцільно підставити значення, адже в такій формі запису не отримаємо раціональної відповіді.

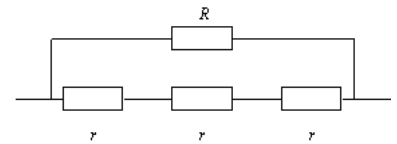
$2U_2^2 - 142U_2 + 1320 = 0$. $U_2=60 \text{ В}$ або $U_2=11 \text{ В}$.



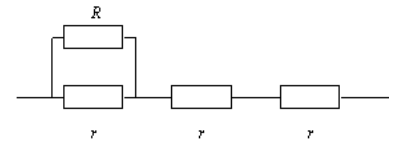
206. Юний фізик зібрав схему з трьох однакових резисторів, підключив її до джерела постійного струму (яке можна вважати ідеальним). Вимірюючи вольтметром напругу між точками А і D, а потім між точками А і В він одержав результати: $U_1=3 \text{ В}$ і $U_2=0,9 \text{ В}$ відповідно. Тоді юний фізик з'єднав точки В і D провідником (опором якого можна нехтувати) і виміряв напругу між точками А і С. Які покази зафіксував вольтметр? (2008 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Оскільки напруги U_1 та U_2 відрізняється не в 3 рази, то вольтметр у юного фізика був не ідеальний. Нехай опір вольтметра R , а опір кожного резистора r . Перша схема:



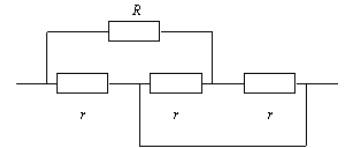
В цій схемі вольтметр показує напругу на джерелі струму, отже напруга джерела U_1 . Друга схема: Загальний опір кола $\frac{R \cdot r}{R+r} + 2r$, струм в колі



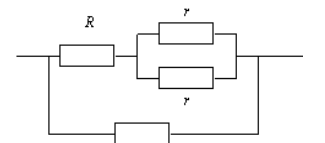
$$I = \frac{U_1}{\frac{Rr}{R+r} + 2r}, \text{ а напруга, яку показує вольтметр } U_2 = \frac{U_1}{\frac{Rr}{R+r} + 2r} \cdot \frac{Rr}{R+r}.$$

$$U_2 = U_1 \cdot \frac{Rr}{3Rr + 2r^2}. \text{ Звідси } \frac{U_1}{U_2} = 3 + 2\frac{r}{R}, \quad \frac{r}{R} = \frac{1}{6}.$$

Третя схема і їй еквівалентна:

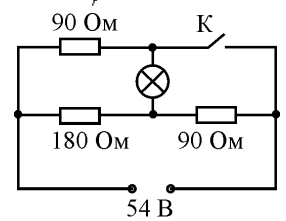


В цій схемі струм через вольтметр $I = \frac{U_1}{R + \frac{r}{2}}$. Тоді вольтметр покаже



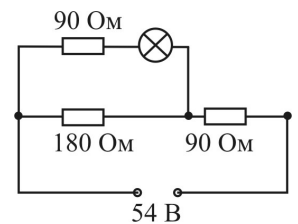
$$U_3 = \frac{U_1 \cdot R}{R + \frac{r}{2}}, \quad \frac{U_1}{U_3} = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{r}{R} = \frac{13}{12}, \quad U_3 = \frac{12U_1}{13} \approx 2,77 \text{ В.}$$

207. В електричному колі, схема якого зображена на малюнку лампочка горить однаково яскраво як при замкнутому, так і при розімкнутому ключі К. Знайти напругу на лампочці і її опір. (2007 р. III е. 9 к.)



Розв'язок

Якщо лампочка горить однаково, то у обох випадках напруга на лампочці однакова. Нехай опір лампочки R , а напруга на ній U . Розглянемо перший випадок, коли ключ незамкнутий. Сила струму в лампочці і відповідно у резисторі опором 90 Ом: $I = \frac{U}{R}$.

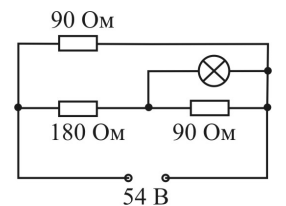


Напруга на резисторі і лампочці, а отже і на ділянці, що містить паралельне з'єднання: $U_1 = U + 90 \cdot \frac{U}{R}$. Сила струму на цій ділянці становить $\frac{U}{R} + \frac{U_1}{180}$. Тоді для напруг можна записати:

$$U + 90 \cdot \frac{U}{R} + 90 \cdot \left(\frac{U}{R} + \frac{U + 90 \cdot \frac{U}{R}}{180} \right) = 54. \quad U + 180 \frac{U}{R} + \frac{U}{2} + 45 \frac{U}{R} = 54.$$

$$\frac{3}{2}U + 225 \frac{U}{R} = 54 \quad (1).$$

Після замикання ключа схему можна перемалювати так:



Сила струму на ділянці паралельного з'єднання лампочки і резистора становить $\frac{U}{R} + \frac{U}{90}$. Знову для напруг можна записати: $U + 180 \cdot \left(\frac{U}{R} + \frac{U}{90} \right) = 54$; $3U + 180 \frac{U}{R} = 54$

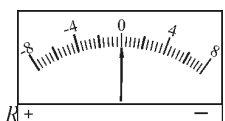
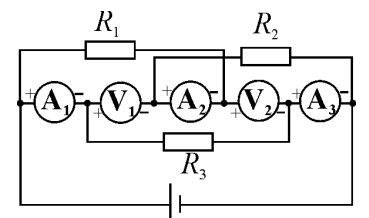
(2).

Розв'яжемо систему рівнянь 1 і 2:

$$\begin{cases} \frac{3}{2}U + 225 \frac{U}{R} = 54 \\ 3U + 180 \frac{U}{R} = 54 \end{cases}; \quad \begin{cases} 3U + 450 \frac{U}{R} = 108 \\ 3U + 180 \frac{U}{R} = 54 \end{cases}. \quad \frac{U}{R} = \frac{2}{10}. \quad \text{Підставимо у (2):}$$

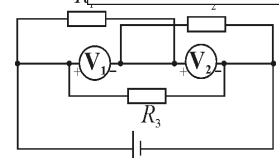
$$3U + 36 = 54. \quad U = 6 \text{ В.} \quad R = 30 \text{ Ом.}$$

208. Експериментатор з'єднав послідовно ідеальні амперметри і вольтметри, а до них три опори так як показано на малюнку. Це коло він під'єднав до джерела струму напругою 12 В. Визначити покази вольтметрів та амперметрів, якщо $R_1=1$ Ом, $R_2=3$ Ом, $R_3=2$ Ом. В яку сторону відхиляться стрілки приладів, якщо при під'єднанні їхніх клем, позначених «+» до додатнього полюса джерела струму, а «-» до від'ємного полюса, стрілка приладу, зображеного на малюнку відхилиться вправо? (2016 р. III е. 9 к.)



Розв'язок

Оскільки амперметри ідеальні, то їх опір дорівнює нулю і на схемі замість них можна поставити перемички. Отримаємо наступну схему (мал.1).



Мал.1

Або трохи перемалювавши (мал.2), бачимо, що вольтметр V_1 під'єднано паралельно до опору R_1 , а вольтметр V_2 – паралельно до опору R_2 . Струм через опори R_1 , R_2 :

$$I = \frac{U}{R_1 + R_2} = 3 \text{ А. Тоді } U_1 = I \cdot R_1 = 3 \text{ В, } U_2 = I \cdot R_2 = 9 \text{ В. Стрілка відхилиться вправо,}$$

бо полярність під'єднання правильна.

Тепер визначимо покази амперметрів. Оскільки вольтметри ідеальні, то їх опір нескінчений, отже з кола їх можна вилучити. Отримаємо схему (мал.3).

Або перемалювавши амперметр A_2 , отримаємо схему (мал.4). Бачимо, що

$$I_1 = I_3 = \frac{U}{R_3} = 6 \text{ А.}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_1 + R_2} = -3 \text{ А. Стрілка амперметра } A_2 \text{ відхилиться вліво, бо порушена}$$

полярність під'єднання.

209. Дротяний каркас у вигляді двох однакових рівносторонніх трикутників стороною a складається з фотоопорів, опір яких залежить від освітлення. В тіні одиниця довжини має опір $2r$, а на сонці r . Тінь рухається рівномірно з швидкістю v . Побудувати графік залежності опору R між точками А і В від часу t . На початку вся система освітлена і межа тіні знаходиться біля точки В. (2014 р. III е. 11 к.)

Розв'язок

Опір освітленої сторони трикутника ar , неосвітленої – $2ar$.

Знайдемо опір освітленого трикутника між точками А і О: $\frac{ar + \frac{ar}{2}}{2} = \frac{3}{4}ar$. Опір

між точками О і В такий самий, отже загальний опір освітленого каркасу: $R_1 = \frac{3}{2}ar$ (мал.1).

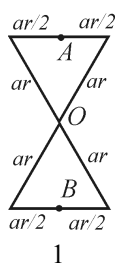
Тоді загальний опір неосвітленого каркасу вдвічі більший, тобто $3ar$.

Тінь відразу накриває нижню сторону і опір скачкоподібно збільшується.

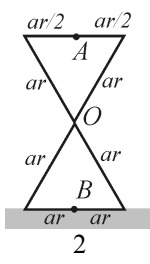
Опір між точками О і В буде ar (мал.2), отже опір каркасу $R_2 = \frac{3}{4}ar + ar = \frac{7}{4}ar$. Потім тінь

рухається рівномірно і в момент часу $t = \frac{a\sqrt{3}}{v}$ накриве весь каркас крім верхньої сторони.

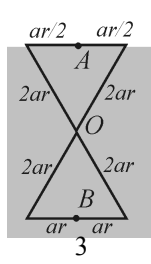
$R_3 = \frac{3}{2}ar + \frac{5}{4}ar = \frac{11}{4}ar$ (мал.3). І нарешті тінь накриве верхню сторону і опір знову збільшиться стрибком і стане рівним загальному опору неосвітленого каркасу. $R_4 = 3ar$. Будуємо графік:



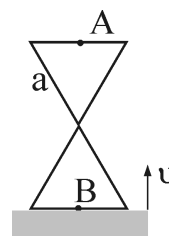
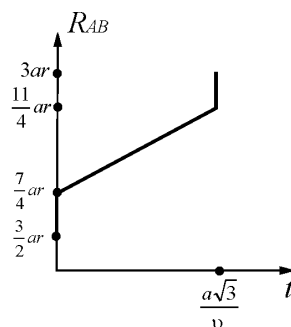
1



2



3



Робота і потужність електричного струму

210. Електродвигун трамвая працює під напругою 600 В, споживаючи силу струму 100 А. Опір обмотки двигуна 3 Ом. Визначити силу тяги двигуна, якщо трамвай рухається рівномірно зі швидкістю 36 км/год. (2005 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Споживана потужність двигуном трамвая $N = UI - I^2 R = 3 \cdot 10^4$ Вт. Сила тяги $F = \frac{N}{v} = 3 \cdot 10^3$ Н.

211. Електрична лампочка потужністю 60 Вт занурена в прозорий калориметр, в якому міститься 600 г води. За 5 хв. вода нагрілася на 4°C . Нехтуючи теплоємністю калориметра, визначте енергію лампочки, яка виділилася у виді випромінювання. $c_{\text{в}}=4200 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$. (2002 р. з. 9 к.)

Розв'язок

У виді випромінювання виділиться кількість теплоти $\Delta Q = Pt - cm\Delta t = 7920 \text{ Дж}$, де Pt – кількість теплоти, яку виділяє лампочка, а $cm\Delta t$ – теплота на нагрівання води. Після підстановки даних $\Delta Q=7920 \text{ Дж}$.

212. Алюмінієвий провідник діаметром $d=2,5 \text{ мм}$ покритий льодом. Загальний діаметр провідника і льоду $D=3,5 \text{ мм}$, температура провідника і льоду 0°C . По провіднику пропускають струм $I=5 \text{ А}$. За який час лід розтане? $\rho_{\text{л}}=900 \text{ кг}/\text{м}^3$, $\lambda_{\text{л}}=330 \text{ кДж}/\text{кг}$, питомий опір алюмінію $\rho=0,028 \cdot 10^{-6} \text{ Ом}\cdot\text{м}$. (2010 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

При проходженні струму через провідник в ньому виділяється тепло згідно закону Джоуля-Ленца: $Q = I^2 R \tau$, де τ – час плавлення льоду, а R – опір провідника. Цей опір $R = \frac{\rho l}{S} = \frac{4\rho l}{\pi d^2}$, де l – довжина провідника, S – площа його поперечного перерізу. Ця кількість теплоти йде на плавлення льоду: $Q = \lambda m$. Маса льоду

$m = \rho_{\text{л}} V = \rho_{\text{л}} \frac{\pi(D^2 - d^2)l}{4}$. Прирівнявши отримані рівняння для кількості теплоти, отримаємо:

$$\tau = \frac{\lambda \rho_{\text{л}} \pi^2 d^2 (D^2 - d^2)}{16 I^2 \rho} \approx 166 \text{ хв.}$$

213. Через спіраль електричного чайника, увімкненого в мережу з напругою 220 В, проходить струм 5 А. В чайнику закипіла вода. Скільки википить води, якщо протягом 2,5 хв чайник не вимикати з мережі? ККД чайника 75%.

$L_{\text{в}}=2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$. (2011 р. III е. 10 к.)

Розв'язок

Так, як вода доведена до температури кипіння (100°C) то визначимо затрачену енергію за 2,5 хв – час протягом якого в чайнику кипить вода:

$$Q_3 = I^2 R t \text{ або враховуючи, що } R = \frac{U}{I}, Q_3 = I U t. Q_3 = 165 \text{ кДж.}$$

Враховуючи, що $\eta = 75\%$, корисна енергія $Q_{\text{к}} = 0,75 Q_3$. $Q_{\text{к}} = 123750 \text{ Дж}$. З іншого боку $Q_{\text{к}} = L m$. Звідси

$$\text{визначимо масу води, що википить з чайника за 2,5 хв або 150 с. } m = \frac{123750 \text{ Дж}}{2300000 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}} = 0,0538 \text{ кг.}$$

214. Дві однакові електроплитки з'єднані послідовно і ввімкнуті в електромережу. При тривалій роботі спіралі плиток нагріваються до температури 120°C . До якої температури нагріваються спіралі плиток, якщо їх ввімкнути паралельно? Температура повітря в кімнаті 20°C . Зміною опору при нагріванні знехтувати. (2001 р. II е. 9 к.)

Розв'язок

При послідовному з'єднанні плиток закон збереження енергії можна записати: $\frac{U^2}{2R} t = mc\Delta t_1$, де $2R$ – загальний опір спіралей плиток, $\Delta t_1=100^{\circ}\text{C}$.

При паралельному з'єднанні цей закон запишеться $\frac{U^2}{R/2} t = mc\Delta t_2$, де $R/2$ – загальний опір спіралей. Поділивши

одне рівняння на друге, отримаємо $\frac{\Delta t_1}{\Delta t_2} = \frac{1}{4}$. Звідси $\Delta t_2 = 4\Delta t_1 = 400^{\circ}\text{C}$. Отже, спіралі плиток при паралельному з'єднанні нагріються до $400^{\circ}\text{C} + 20^{\circ}\text{C} = 420^{\circ}\text{C}$.

215. Електроплитка підключена до незмінної напруги послідовно з реостатом. Коли опір плитки збільшили в 2 рази, її потужність зменшилась і становила $n_1 = \frac{169}{200}$ початкової. Як зміниться потужність плитки, коли її опір зменшити в 2 рази? (2003 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Початкова потужність плитки $P_0 = \frac{U^2}{(R_0 + R)^2} \cdot R$, де R_0 – опір реостата, R –

опір плитки. Після збільшення і зменшення опору:

$$P_1 = \frac{U^2}{(R_0 + 2R)^2} \cdot 2R; \quad P_2 = \frac{U^2}{\left(R_0 + \frac{1}{2}R\right)^2} \cdot \frac{1}{2}R. \quad n_1 = \frac{P_1}{P_0} = 2 \cdot \left(\frac{R_0 + R}{R_0 + 2R}\right)^2.$$

$$\frac{169}{400} = \left(\frac{R_0 + R}{R_0 + 2R}\right)^2. \quad R = \frac{7}{6}R_0. \quad \text{Тоді } n_2 = \frac{P_2}{P_0} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{R_0 + R}{R_0 + 0,5R}\right)^2 = \frac{338}{361} \approx 0,936.$$

216. Електроплитка має три спіралі опором $R=120$ Ом кожна, які з'єднані паралельно. Плитка вмикається в мережу послідовно з резистором, опір якого $r=20$ Ом. Як зміниться час, необхідний для нагрівання на цій плитці чайника з водою до кипіння, якщо одна із спіралей перегорить? (2007 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Опір плитки з трьома паралельно з'єднаними спіралями $R_1 = \frac{R}{3} = 40$ Ом. Після перегорання однієї спіралі опір

плитки $R_2 = \frac{R}{2} = 60$ Ом. До перегорання спіралі у колі йде струм $I_1 = \frac{U}{R_1 + r}$, де U - напруга мережі. Після

перегорання спіралі у колі йде струм $I_2 = \frac{U}{R_2 + r}$. Кількість теплоти, яка необхідна для нагрівання чайника з

водою до кипіння у першому випадку, виділяється за час $t_1 = \frac{Q}{I_1^2 R_1} = \frac{Q(R_1 + r)^2}{U^2 R_1}$,

у другому випадку за час $t_2 = \frac{Q}{I_2^2 R_2} = \frac{Q(R_2 + r)^2}{U^2 R_2}$. Знайдемо відношення часів t_1 і t_2 :

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{(R_1 + r)^2 R_2}{(R_2 + r)^2 R_1} = \frac{27}{32} \Rightarrow t_2 \approx 1,2t_1. \text{ Час збільшиться в 1,2 раза.}$$

217. За допомогою нагрівача потужністю 500 Вт нагрівають воду в посудині за 2 хв на 1°C . Ця ж вода в посудині без нагрівача охолоджується за 1 хв також на 1°C . Знайдіть масу води в посудині, якщо втрати кількості теплоти за рахунок теплопередачі навколишньому середовищу пропорційні часу. Питома теплоємність води 4200 Дж/(кг \cdot °C). (2002 р. II е. 8 к.)

Розв'язок

Частина енергії електричного струму ($A = Pt_1$) йде на нагрівання води $cm\Delta T$, частина на випромінювання у навколишнє середовище αt_1 (α - коефіцієнт тепловіддачі). $Pt_1 = cm\Delta T + \alpha t_1$ (1).

Після вимкнення нагрівника вода охолоджується і енергія йде у навколишнє середовище. Тому $cm\Delta T = \alpha t_2$ (2).

З розв'язку системи рівнянь теплового балансу одержимо:

$$\alpha = \frac{Pt_1}{t_1 + t_2}, \quad m = \frac{\alpha t_2}{c\Delta T} = \frac{Pt_1 t_2}{c\Delta T(t_1 + t_2)} \approx 4,8 \text{ кг.}$$

218. Кип'ятильник нагріває воду від 80°C до 82°C за 10 с, а два таких кип'ятильники – за 4 с. Обчисліть ККД у випадках нагрівання одним і двома кип'ятильниками. (2003 р. III е. 8 к.)

Розв'язок

Потужність теплових втрат $P_{\text{втр.}}$ в обох випадках однакова, і її можна вважати сталою. Зміна внутрішньої енергії однакова. Тому $Pt_1 - P_{\text{втр.}}t_1 = 2Pt_2 - P_{\text{втр.}}t_2$. Звідси $P_{\text{втр.}} = \frac{P(t_1 - 2t_2)}{t_1 - t_2}$

$$\eta_1 = \frac{P - P_{\text{втр.}}}{P} = \frac{t_2}{t_1 - t_2} \approx 67\%, \quad \eta_2 = \frac{2P - P_{\text{втр.}}}{2P} = \frac{t_1}{2(t_1 - t_2)} = \frac{5}{6} \approx 83\%.$$

219. При напрузі 220 В кип'ятильник нагріває воду від 90°C до 92°C за 10 с. Коли напруга зменшилася на 20 %, час нагрівання зріс до 20 с. При якій напрузі кип'ятильник не зможе нагріти воду до 92°C ? (2008 р. III е. 10 к.)

Розв'язок

Потужність теплових втрат $P_{\text{втр.}}$ залежить від різниці температур і для заданого діапазону її можна вважати сталою. В обох випадках зміна внутрішньої енергії води однакова, тому $P_1 t_1 - P_{\text{втр.}} \cdot t_1 = P_2 t_2 - P_{\text{втр.}} \cdot t_2$. Звідси

$$P_{\text{втр.}} = \frac{P_2 t_2 - P_1 t_1}{t_2 - t_1}.$$

Оскільки $P_1 = \frac{U_1^2}{R}$, а $P_2 = \frac{U_2^2}{R}$ і згідно умови $U_2 = 0,8U_1$,

$$\text{то } P_2 = \frac{U_2^2}{U_1^2} \cdot P_1 = 0,64P_1. \text{ Тоді } P_{\text{emp.}} = \frac{0,64P_1t_1 - P_1t_1}{t_2 - t_1} = 0,28P_1.$$

Зростання температури припиниться, коли вся потужність піде на теплові втрати:

$$P_3 = P_{\text{emp.}} = \frac{U_3^2}{R}; \quad \frac{U_3^2}{R} = 0,28 \frac{U_1^2}{R}; \quad U_3 = \sqrt{0,28}U_1 \approx 116 \text{ В.}$$

220. Дві спіралі електрочайника з опором відповідно R_1 і R_2 з'єднані послідовно. У скільки разів може змінитися потужність електрочайника при заміні послідовного з'єднання спіралей на паралельне? (2003 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Опір спіралей при послідовному з'єднанні R_1+R_2 , при паралельному $-\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$. Оскільки потужність

визначається формулою $P = \frac{U^2}{R}$, то відношення потужностей обернено пропорційне відношенню опорів.

$$\frac{P_{\text{нар.}}}{P_{\text{посл.}}} = \frac{(R_1+R_2)^2}{R_1R_2} = \frac{R_1}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_1}. \text{ Найменше значення виразу } \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1} \text{ становить 2 у випадку рівності } R_1 \text{ і } R_2.$$

Тоді $\frac{P_{\text{нар.}}}{P_{\text{посл.}}} \geq 4$. Отже потужність може збільшитися в 4 рази і більше.

221. В електричному чайнику потужністю 300 Вт і електричному самоварі потужністю 600 Вт при ввімкненні їх у мережу з напругою 220 В вода закипає одночасно через 20 хв. Через який час закипить ця ж вода у самоварі і чайнику, якщо їх з'єднати послідовно і ввімкнути у мережу? (Зміною маси при випаровуванні нехтувати.) (2004 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Кількість теплоти, необхідна для закипання води в чайнику і самоварі відповідно $Q_1 = P_1t$, $Q_2 = P_2t$. Опір

нагрівника чайника і самовара відповідно $R_1 = \frac{U^2}{P_1}$, $R_2 = \frac{U^2}{P_2}$. При послідовному з'єднанні кількість теплоти

необхідна для закипання води в чайнику і самоварі відповідно $Q'_1 = I^2 \frac{U^2}{P_1} t_1$, $Q'_2 = I^2 \frac{U^2}{P_2} t_2$, де

$$I = \frac{U}{\frac{U^2}{P_1} + \frac{U^2}{P_2}} = \frac{P_1P_2}{U(P_1+P_2)}. \text{ Оскільки } Q_1 = Q'_1, \quad Q_2 = Q'_2, \text{ то отримаємо: } t_1 = \frac{(P_1+P_2)^2 t}{P_2^2} = 45 \text{ хв,}$$

$$t_2 = \frac{(P_1+P_2)^2 t}{P_1^2} = 180 \text{ хв.}$$

222. Електронагрівник має три однакові спіралі. Дві паралельно з'єднані спіралі під'єднані послідовно з третьою. Нагрівник опущено в посудину з водою. Через $\tau_0 = 9$ хв, коли вода нагрілась від температури $t_1 = 20^\circ\text{C}$ до температури $t_2 = 50^\circ\text{C}$, спіраль в паралельному з'єднанні перегоріла. На скільки більше часу із-за цього доведеться чекати, поки вода закипить? Втрати теплоти не враховувати, напруга на клеммах стала. (2012 р. III е. 10 к.)

Розв'язок

Нехай опір спіралі r . До перегорання спіралі загальний опір $R = \frac{3}{2}r$. Кількість теплоти, яка виділиться

$$Q = \frac{U^2}{R} \cdot \tau_0 = cm(t_2 - t_1). \text{ Або } \frac{2U^2}{3r} \cdot \tau_0 = cm(t_2 - t_1). \text{ Якщо б спіраль не перегоріла, то час нагрівання води від } t_2$$

$$\text{до температури кипіння } \tau_1 = \frac{cm(t_k - t_2)}{U^2} \cdot \frac{3}{2}r.$$

Після перегорання спіралі загальний опір $R' = 2r$. Для нагріву води до кипіння в цьому випадку знадобиться

$$\text{час } \tau_2 = \frac{cm(t_k - t_2)}{U^2} \cdot 2r.$$

$$\text{Тоді: } \Delta\tau = \tau_2 - \tau_1 = \frac{(t_k - t_2)\tau_0}{3(t_2 - t_1)} = 5 \text{ хв.}$$

223. Чи можливо, маючи у розпорядженні тільки три електричні лампочки з потужностями $P_1=P_2=25$ Вт і $P_3=50$ Вт, розрахованих на напругу 110 В, ввімкнути їх в мережу з напругою $U=220$ В так, щоб кожна з них споживала встановлену потужність? Якщо можливо, то як? (2004 р. з. 9 к.)

Розв'язок

Розглянемо таке з'єднання лампочок, як на малюнку. Опір лампочок L_1 і L_2 $R_1 = R_2 = \frac{U_1^2}{P_1}$. Опір лампочок,

з'єднаних паралельно $R_{12} = \frac{U_1^2}{2P_1}$. Опір лампочки L_3 $R_3 = \frac{U_1^2}{P_3}$.

Загальний опір кола $R = \frac{U_1^2(P_3 + 2P_1)}{2P_1P_3}$. Сила струму

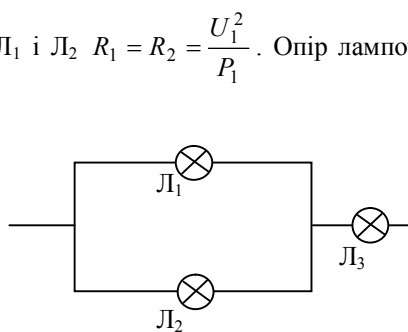
$I = \frac{U}{R} = \frac{U \cdot 2P_1P_3}{U_1^2(P_3 + 2P_1)}$. Для даних значень опір лампочок, з'єднаних

паралельно дорівнює опором третьої лампочки, тому напруга на них розподілиться порівну і становитиме $\frac{U}{2}$.

Тоді $P_3' = \frac{U}{2} \cdot \frac{U \cdot 2P_1P_3}{U_1^2(P_3 + 2P_1)} = 50$ Вт $= P_3$.

$P_1' = P_2' = \frac{U}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot 2P_1P_3}{U_1^2(P_3 + 2P_1)} = 25$ Вт $= P_1 = P_2$.

Отже, лампочки споживають номінальну потужність. Якщо з'єднання буде іншим, то потужності споживані лампочками не будуть відповідати номінальним (переконайтеся самостійно).



224. Два студенти А і Б, які живуть в сусідніх кімнатах вирішили зекономити, з'єднавши свої світильники послідовно. Вони домовились, що встановлять лампочки по 100 Вт і будуть платити за електроенергію порівну. Однак, кожен вирішив отримати краще освітлення за рахунок іншого: студент А встановив лампочку потужністю 200 Вт, а студент Б – лампочку потужністю 50 Вт. Який студент отримує краще освітлення і який з них платитиме за іншого? (2006 р. з. 11 к.)

Розв'язок

За договором студенти повинні були ввімкнути послідовно дві однакові лампочки потужністю P_0 і опором

$R_0 = \frac{U^2}{P_0}$ кожна. У цьому випадку кожний студент одержував би потужність $\left(\frac{U}{2}\right)^2 \frac{P_0}{U^2} = \frac{P_0}{4} = 25$ Вт. Світла при

цьому було б явно мало для роботи над конспектами. Але студенти ще й схитрували, вкрутивши різні лампочки: $P_A = 2P_0$ і $P_B = P_0/2$, що привело до перерозподілу напруги. Так як опір лампочок тепер $R_A = R_0/2$ і $R_B = 2R_0$, то сила струму в лампочках: $I = \frac{U}{\frac{5}{2}R_0}$, а напруги на лампочках стали: $U_A = \frac{U}{5} \cdot \frac{R_0}{2} = \frac{U}{5}$ і

$U_B = \frac{U}{5} \cdot 2R_0 = \frac{4U}{5}$. В результаті потужності, які виділяються в кімнатах,

виявилися: $P_A = \left(\frac{U}{5}\right)^2 \frac{R_0}{2} = \frac{2}{25} P_0 = 8$ Вт. $P_B = \left(\frac{4U}{5}\right)^2 \frac{1}{2R_0} = \frac{16}{50} P_0 = 32$ Вт.

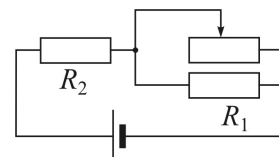
Сумарна потужність тепер 40 Вт, що менше, ніж за договором. Але студент А взагалі нічого не бачить (8 Вт істотно менше 25 Вт), але платить за 20 Вт. Студент Б може вважатися подвійним переможцем: він одержує 32 Вт (32 більше 25), але платить тільки за 20 Вт.

225. До джерела постійного струму з напругою $U=4$ В під'єднано два однакові резистори R_1 і R_2 , опір яких $R=10$ Ом і реостат, опір якого можна змінювати від 0 до 5 Ом. При якому положенні повзунка реостата потужність, що виділяється на резисторі R_1 максимальна? Яке її значення? (2014 р. III е. 9 к.)

Розв'язок

Нехай r – опір реостата, $R_1=R_2=R$. Загальний опір паралельної ділянки

$R_{пар} = \frac{Rr}{R+r}$. Загальний опір кола $R_{заг} = \frac{R(R+2r)}{R+r}$. Струм у колі $I = \frac{U(R+r)}{R(R+2r)}$. Напруга на паралельній

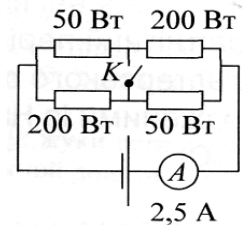


ділянці $U_{нар} = IR_{нар} = \frac{Ur}{R+2r}$. Поділимо чисельник і знаменник на r . $U_{нар} = \frac{U}{\frac{R}{r} + 2}$ (1). Потужність, що

виділяється на резисторі R_1 : $P = \frac{U_{нар}^2}{R}$. Потужність максимальна, коли максимальний чисельник, а як бачимо із

співвідношення (1), це буде тоді, коли r максимальне, тобто $r=5$ Ом. Тоді $P_{\max} = \frac{U^2}{R\left(\frac{R}{r} + 2\right)^2} = 0,1$ Вт.

226. У схемі з чотирьох резисторів амперметр показує силу струму 2,5 А. На двох резисторах виділяється потужність 50 Вт, на двох – 200 Вт. Ключ К замикають, а напругу джерела змінюють так, щоб амперметр знову показував 2,5 А. Які потужності будуть виділятися на резисторах в цьому випадку? (2007 р. з. 9 к.)



Розв'язок

Оскільки до замикання ключа сила струму через усі резистори однакова і дорівнює $I/2$, то опір резисторів, на яких виділяється однакова потужність, рівні. Потужність,

виділена на резисторах: $P_1 = \frac{I^2}{4}R_1, P_2 = \frac{I^2}{4}R_2$. Опір резисторів: $R_1 = \frac{4P_1}{I^2} = 32$ Ом,

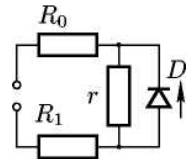
$$R_2 = \frac{4P_2}{I^2} = 128 \text{ Ом.}$$

Після замикання ключа напруга на всіх резисторах однакова. Визначимо силу струму через них:

$I_1R_1 = I_2R_2, I_1 + I_2 = I$. Звідси $I_1 = \frac{IR_2}{R_1 + R_2} = \frac{IP_2}{P_1 + P_2} = 2$ А, $I_2 = \frac{IP_1}{P_1 + P_2} = 0,5$ А. Потужності, що виділяються:

$$P'_1 = I_1^2R_1 = \frac{4P_1P_2^2}{(P_1 + P_2)^2} = 128 \text{ Вт; } P'_2 = \frac{4P_2P_1^2}{(P_1 + P_2)^2} = 32 \text{ Вт.}$$

227. В електричному колі опір резисторів $R_0=4$ Ом, $r=6$ Ом. Паралельно резистору r приєднаний електронний ключ D (діод). Обчисліть опір резистора R_1 , якщо сумарна потужність, що виділяється на резисторах R_1 і r , не залежить від полярності прикладеної напруги. (2015 р. III е. 9 к.)



Розв'язок

Коли електронний ключ замкнутий (резистор r закорочено), сила струму в колі $I_1 = \frac{U}{R_0 + R_1}$. На резисторі r

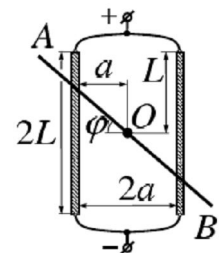
потужність не виділяється, отже сумарна потужність, що виділяється на резисторах R_1 і r становить: $P_1 = I_1^2 \cdot R_1$.

Коли ключ відкритий (струм через діод не проходить), $I_2 = \frac{U}{R_0 + R_1 + r}$, а потужність $P_2 = I_2^2 \cdot (R_1 + r)$. Оскільки за

умовою $P_1=P_2$, одержимо: $\frac{U^2 \cdot R_1}{(R_0 + R_1)^2} = \frac{U^2 \cdot (R_1 + r)}{(R_0 + R_1 + r)^2}$. Для спрощення розрахунків підставимо значення опорів.

Отримаємо $\frac{R_1}{(4 + R_1)^2} = \frac{(R_1 + 6)}{(10 + R_1)^2}$. Після спрощень $R_1^2 + 6R_1 - 16 = 0$. Розв'язавши квадратне рівняння отримаємо, що $R_1=2$ Ом.

228. Електричний нагрівник складається з двох паралельних стрижнів завдовжки $2L=40$ см, розташованих на відстані $2a=20$ см і регулятора АВ, здатного обертатися навколо точки О. Опір кожного стрижня $R=100$ Ом, регулятор має нульовий опір. Стрижні під'єднані до джерела постійного струму з напругою $U=220$ В, як показано на малюнку. За допомогою цього нагрівника воду масою $m=2$ кг доводять від температури $t_0 = 20$ °С до кипіння.



Визначити час, за який вода закипить, за різних значень кутів, які регулятор утворює з горизонталлю: $\varphi=0$; $\varphi=45^\circ$; $\varphi=90^\circ$.

Встановити залежність опору нагрівника від кута φ .

Питома теплоємність води $c = 4200$ Дж/(кг·°С). Тепловтратами і опором дровів нехтувати. (2012 р. III е. 10 к.)

Розв'язок

Нехай $Q = cm(100 - t_0)$. Час роботи нагрівника визначається з рівності $Q = \frac{U^2}{R'} \tau$, де R' - регульований опір нагрівника. Звідси $\tau = \frac{cm(100 - t_0)}{U^2} R'$. Отже, задача зводиться до знаходження R' за різних значень кута φ .

Схематично це можна зобразити так:

Очевидно, що $R_1 = R_4$, $R_2 = R_3$.

Якщо $R_1 = R_4 = x$, то $R_2 = R_3 = R - x$. Тоді загальний опір $R' = 2 \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 2 \frac{x(R-x)}{x + (R-x)}$,

$$R' = \frac{2(x(R-x))}{R}.$$

Для випадків:

1) $\varphi = 0^\circ$ маємо $x = \frac{R}{2}$. Тоді $R' = \frac{R}{2} = 50$ Ом.

2) $\varphi = 45^\circ$, $x = \frac{1}{4}R$. Тоді $R' = \frac{3}{8}R = 37,5$ Ом.

3) $\varphi = 90^\circ$. Очевидно, що $R' = \frac{R}{2} = 50$ Ом.

Для випадку 1) і 3) $t \approx 694$ с.

Для випадку 2) $t \approx 520$ с.

Якщо регулятор знаходиться в точках А і В, то $R' = 0$, $tg\varphi = \frac{L}{a} = 2$. Тоді для довільного

φ , такого, що $-2 < tg\varphi < 2$ знаходимо x та R' .

Довжина стрижня 40 см, його опір 100 Ом, то опір 1 см стрижня $r = 2,5$ Ом.

Довжина $AC = AD - 10tg\varphi = 20 - 10tg\varphi$ (см). Тоді опір $x = 50 - 25tg\varphi$ (Ом).

