

Розв'язки задач теоретичного туру
IV етапу I Всеукраїнської учнівської олімпіади з астрономії
(28.03.2011 м. Львів)

11-й клас

1. Подвійна зоря.

- а) Дивись рис. 1.
 б) Дивись рис. 2.

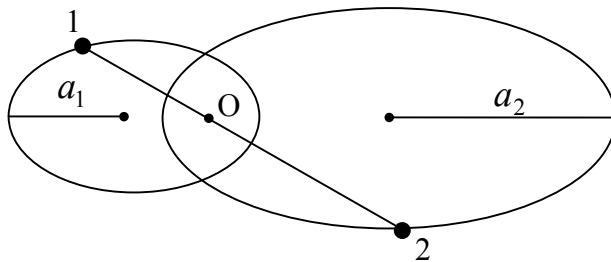


Рис. 1

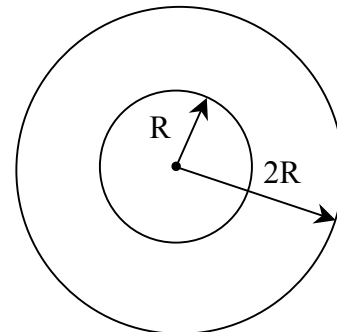


Рис. 2

- в) Розв'язуючи систему:

$$\begin{cases} M_1 + M_2 = 6M_{\odot}, \\ \frac{M_1}{M_2} = 2, \end{cases}$$

знаходимо $M_1 = 4M_{\odot}$ та $M_2 = 2M_{\odot}$.

2. Далека галактика. У таблицях довідкових даних знаходимо, що лабораторна довжина хвилі H_{α} $\lambda_0 = 656,3 \text{ нм}$. Червоне зміщення в спектрі галактики дорівнює

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{735 \text{ нм} - 656,28 \text{ нм}}{656,28 \text{ нм}} \approx 0,120.$$

Червоне зміщення зумовлене віддаленням галактики від нас (ефект Доплера) зі швидкістю

$$v = z \cdot c = 0,120 \cdot 300000 \frac{\text{км}}{\text{с}} \approx 36000 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

За законом Габбла відстань до галактики дорівнює

$$r = \frac{v}{H} = \frac{36000 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{71 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot \text{Мпк}} = 507 \text{ Мпк} \approx 500 \text{ Мпк}.$$

Тоді діаметр галактики становить

$$D = r \frac{8''}{206265''} = 507 \text{ Мпк} \cdot \frac{8}{2,06 \cdot 10^5} \approx 0,0197 \text{ Мпк} \approx 20 \text{ кпк}.$$

Діаметр нашої Галактики «Молочний Шлях» дорівнює 25 кпк. Отже, далека галактика не набагато менша за нашу.

3. Харон. Для розв'язання задачі потрібно скористатися даними, які можна взяти з таблиці «Сонячна система»: відстані від Сонця до Плутона та Землі (позначимо їх $r_{\text{П}}$ і r_3), відстані від Плутона до Харона та від Землі до Місяця (r_x , r_m), радіуси Харона, Місяця, Плутона і Землі (R_x , R_m , $R_{\text{П}}$ і R_3), а також альbedo Харона й Місяця (A_x і A_m).

Кутовий діаметр Харона під час спостережень його з Плутона дорівнює

$$\theta = \frac{2R_x}{r - R_{\text{П}}} = \frac{1212 \text{ км}}{19640 \text{ км} - 1153 \text{ км}} = 0,066 \text{ рад} = 3,76^\circ.$$

Отже, маємо об'єкт, що приблизно у 7 разів більший, ніж видимий діаметр Місяця.

Освітлення яке створює Харон на поверхні Плутона рівна

$$E_x = \frac{L_x}{2\pi \cdot (r_x - R_{\text{П}})^2},$$

де враховано, що відбите від Харона світла розподіляється на пів сфери 2π .

Світність Харона рівна

$$L_x = S_x A_x \frac{L_0}{4\pi \cdot r_{\text{П}}^2} = \frac{A_x L_0}{4} \left(\frac{R_x}{r_{\text{П}}} \right)^2,$$

де $S_x = \pi(R_x)^2$ – площа перерізу Харона, L_0 – світність Сонця.

Для розрахунку зоряної величини Харона порівняємо освітленість E_x Плутона від повного Харона з, наприклад, освітленістю Землі від повного Місяця яка має такий самий вигляд:

$$\frac{E_X}{E_M} = \left(\frac{r_{II}}{r_3}\right)^{-2} \left(\frac{r_X - R_{II}}{r_M - R_3}\right)^{-2} \left(\frac{R_X}{R_M}\right)^2 \frac{A_X}{A_M},$$

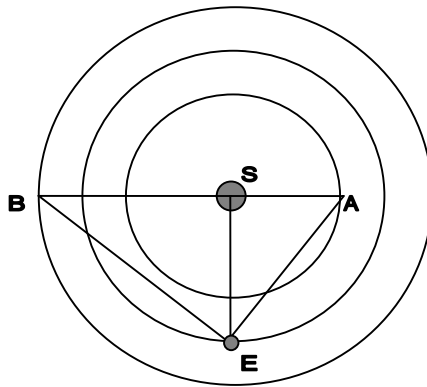
$$\frac{E_X}{E_M} = (39,5)^{-2} \left(\frac{19,6}{384}\right)^{-2} \left(\frac{606}{1738}\right)^2 \frac{0,5}{0,12} \approx 0,125 = \frac{1}{8}.$$

$$m_X = m_M - 2,5^m \lg\left(\frac{E_X}{E_M}\right) = -12,7^m - (-2,2^m) = -10,5^m.$$

Отже, повний Харон, що спостерігається з Плутона, лише на дві зоряні величини слабкіше повного Місяця, який спостерігається з Землі. Причина в тому, що Харон перебуває на дуже невеликій відстані від Плутона і його відбивальна здатність у чотири рази більше, ніж відбивальна здатність Місяця.

Вигляд Харона буде незвичним для земного спостерігача: велике, проте порівняно тьмяне небесне тіло. Можна оцінити, у скільки разів поверхнева яскравість Харона буде меншою яскравості Місяця: $k \approx 8 \cdot 7^2 \approx 400$. Дуже тьмяно.

4. Зонди STEREO.



Зробимо малюнок, у центрі якого розташуємо Сонце S, а навколо нього – три концентричних орбіти. Нехай зонд А обертається ближче до Сонця й випереджає Землю, а зонд В обертається далі й відстає від неї. Позначимо точки А, S і В на одній прямій. Відрізок SE (E – Земля) має бути перпендикулярним до відрізьку АВ.

Під час фотографування Сонця зонди перебувають на різних відстанях як від Сонця, так і від Землі. Різниця в часі надходження сигналів від Сонця до земних спостерігачів визначається різницею відстаней SB+BE та SA+AE. Ці відстані легко обчислити, якщо знайти радіуси орбіт зондів.

За умовою зонд А за рік проходить 380° , тобто його сидеричний період становить $18/19$ року. Зонд В за рік проходить 340° , отже, його сидеричний період дорівнює $18/17$ року. Застосовуючи третій закон Кеплера

$$a(\text{a.o.}) = (T(\text{роки}))^{\frac{2}{3}},$$

Отримуємо радіуси орбіт зондів – відповідно $a_A = 0,965 \text{ a.o.}$ і $a_B = 1,039 \text{ a.o.}$

Різниця відстаней від Сонця до зондів становить $0,074 \text{ a.o.}$

Різницю відстаней від зондів до Землі знаходимо за теоремою Піфагора:

$$BE - AE = \sqrt{1 + SB^2} - \sqrt{1 + SA^2} = 0,052 \text{ a.o.}$$

Отже, різниця шляхів SBE і SAE дорівнює $0,126 \text{ a.o.}$

Згадавши, що одну астрономічну одиницю електромагнітні хвилі проходять за 500 секунд, знаходимо, що затримка у часі становить

$$500 \text{ c/a.o.} \cdot 0,126 \text{ a.o.} = 63 \text{ c.}$$

6. Виверження вулкану на Іо. Оскільки висота викиду відома, то швидкість викиду вулканічного матеріалу з кратера вулкану можна знайти, застосовуючи закон збереження енергії

$$\frac{mv^2}{2} = mgh.$$

Враховуючи, що

$$g = \frac{GM}{R^2},$$

Остаточо отримуємо

$$v = \frac{1}{R} \sqrt{2GMh} = 665 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$